

Savoir Sd. 2 : Factorisation et forme canonique

Entraînement n°1

1) Factoriser les expressions suivantes :

$$A(x) = x^2 + x - 2$$

$$B(x) = 2x^2 + 1 - 4x$$

$$C(a) = 3a^2 - a + 4$$

$$D(x) = -1 + x^2$$

2) a. Simplifier : $Q(x) = \frac{-2x^2 + 4x + 6}{-3x^2 + 9x}$

b. Factoriser : $P(x) = 3x^3 - 10x^2 + 3x$

3) Mettre sous forme canonique :

$$E(x) = x^2 - 6x - 3$$

$$F(t) = 4t^2 - t + 1$$

Entraînement n°2

1) Factoriser les expressions suivantes :

$$G(x) = \frac{x^2}{2} + x - 4$$

$$H(x) = 3x^2 - 2x + 2$$

$$I(x) = 8x^2 - 4x$$

$$J(t) = -4t^2 + 4t - 1$$

2) a. Simplifier : $K(x) = \frac{-3x^2 - 3x}{2x^2 - 5x + 3}$

b. Factoriser : $L(t) = 2t^2 - 6t + 4 - (t - 2)(t + 3)$

3) Mettre sous forme canonique :

$$M(x) = -x^2 - 4x + 10$$

$$N(x) = -3x^2 + 4x - 3$$

Entraînement n°3

1) Factoriser les expressions suivantes :

$$P(x) = 3x^2 - 30x + 63$$

$$R(x) = -9x^2 + 16$$

$$S(n) = -3n^2 + 4n - 1$$

$$T(x) = x^2 - 3(-2x - 3)$$

2) a. Simplifier : $U(x) = \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 7x + 12}$

b. Factoriser : $V(x) = 2x(x - 6) - 2x^2 + 11x + 6$

3) Mettre sous forme canonique :

$$W(x) = -2x^2 + 8x$$

$$Z(t) = 8t^2 - 24t + 17$$

Corrigé Savoir Sd. 2

Corrigé Entraînement n°1

1)

$$A(x) = x^2 + x - 2 \quad \text{avec } \Delta = 1 + 8 = 9$$

$$x_1 = \frac{-1-3}{2} = -2 \quad \text{et } x_2 = \frac{-1+3}{2} = 1$$

$$A(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = (x + 2)(x - 1)$$

$$B(x) = 2x^2 - 4x + 1 \quad \text{Avec } \Delta = 16 - 8 = 8$$

$$x_1 = \frac{4-\sqrt{8}}{4} = 1 - \frac{2\sqrt{2}}{4} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{et } x_2 = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B(x) = 2 \left(x - 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \left(x - 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$C(a) = 3a^2 - a + 4 \quad \text{avec } \Delta = 1 - 48 = -47$$

Pas de factorisation possible

$$D(x) = -1 + x^2 = x^2 - 1$$

Factorisation directe avec un $a^2 - b^2$

$$D(x) = (x - 1)(x + 1)$$

2) a.

$$Q(x) = \frac{-2x^2 + 4x + 6}{-3x^2 + 9x}$$

$$\text{Pour } -2x^2 + 4x + 6 : \Delta = 64,$$

$$\text{on a } x_1 = -1 \quad \text{et } x_2 = 3$$

$$\text{Et } -3x^2 + 9x = -3x(x - 3)$$

Donc

$$Q(x) = \frac{-2(x + 1)(x - 3)}{-3x(x - 3)} = \frac{2(x + 1)}{3x}$$

b. $P(x) = 3x^3 - 10x^2 + 3x = x(3x^2 - 10x + 3)$

$$\text{Pour } 3x^2 - 10x + 3 : \Delta = 64$$

$$\text{on a } x_1 = 3 \quad \text{et } x_2 = \frac{1}{3}$$

$$\text{Donc } P(x) = x \times 3(x - 3) \left(x + \frac{1}{3} \right)$$

En redistribuant le 3 sur le dernier facteur :

$$P(x) = x(x - 3)(3x + 1)$$

3) $E(x) = x^2 - 6x - 3$: On a $x_0 = \frac{6}{2} = 3$ et $E(x_0) = E(3) = 9 - 18 - 3 = -12$

$$\text{Donc } E(x) = a(x - x_0)^2 + E(x_0) = (x - 3)^2 - 12$$

$$F(t) = 4t^2 - t + 1 : \text{On a } t_0 = \frac{1}{8} \quad \text{et } F(t_0) = F\left(\frac{1}{8}\right) = 4 \times \frac{1}{64} - \frac{1}{8} + 1 = \frac{1}{16} - \frac{2}{16} + \frac{16}{16} = \frac{15}{16}$$

$$\text{Donc } F(t) = 4 \left(t - \frac{1}{8} \right)^2 + \frac{15}{16}$$

Corrigé Entraînement n°2

1)

$$G(x) = \frac{x^2}{2} + x - 4$$

$$\text{avec } \Delta = 9 \Rightarrow x_1 = 2 \quad \text{et } x_2 = -4$$

$$G(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = \frac{1}{2}(x - 2)(x + 4)$$

$$H(x) = 3x^2 - 2x + 2 \quad \text{Avec } \Delta = -20$$

Pas de factorisation possible

$$I(x) = 8x^2 - 4x = 4x(2x - 1)$$

Factorisation directe

$$J(t) = -4t^2 + 4t - 1 \quad \text{avec } \Delta = 0 \quad \text{et } t_0 = \frac{-4}{-8} = \frac{1}{2}$$

$$J(t) = a(t - t_0)^2 = -4 \left(t - \frac{1}{2} \right)^2$$

2) a.

$$K(x) = \frac{-3x^2 - 3x}{2x^2 - 5x + 3}$$

$$\text{on a } -3x^2 - 3x = -3x(x + 1)$$

$$\text{Pour } 2x^2 - 5x + 3 : \Delta = 1, x_1 = \frac{3}{2} \quad \text{et } x_2 = 1$$

$$\text{Donc } K(x) = \frac{-3x(x+1)}{2\left(x-\frac{3}{2}\right)(x-1)} \quad \text{Non simplifiable}$$

b. $L(t) = 2t^2 - 6t + 4 = (t - 2)(t + 3)$

$$\text{Pour } 2t^2 - 6t + 4 : \Delta = 4$$

$$\text{on a } t_1 = 2 \quad \text{et } t_2 = 1$$

$$L(t) = 2(t - 2)(t - 1) - (t - 2)(t + 3)$$

$$L(t) = (t - 2)[2(t - 1) - (t + 3)]$$

$$L(t) = (t - 2)(2t - 2 - t - 3)$$

$$L(t) = (t - 2)(t - 5)$$

3) $M(x) = -x^2 - 4x + 10$: On a $x_0 = \frac{4}{-2} = -2$ et $M(x_0) = M(-2) = -4 - 4 \times (-2) + 10 = 14$
 Donc $M(x) = a(x - x_0)^2 + M(x_0) = -(x + 2)^2 + 14$

$N(x) = -3x^2 + 4x - 3$:

On a $x_0 = \frac{-4}{-6} = \frac{2}{3}$ et $N(x_0) = N\left(\frac{2}{3}\right) = -3 \times \frac{4}{9} + 4 \times \frac{2}{3} - 3 = -\frac{12}{9} + \frac{24}{9} - \frac{27}{9} = -\frac{15}{9} = -\frac{5}{3}$

Donc $N(x) = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{5}{3}$

Corrigé Entraînement n°3

1)

$P(x) = 3x^2 - 30x + 63$ avec $\Delta = 144$

$\Rightarrow x_1 = 7$ et $x_2 = 3$

$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = 3(x - 7)(x - 3)$

$R(x) = -9x^2 + 16 = 16 - 9x^2$

Factorisation directe en $a^2 - b^2$

$R(x) = (4 - 3x)(4 + 3x)$

$S(n) = -3n^2 + 4n - 1$ avec $\Delta = 4$

$\Rightarrow n_1 = \frac{1}{3}$ et $n_2 = 1$

$S(n) = -3\left(n - \frac{1}{3}\right)(n - 1) = (-3n + 1)(n - 1)$

$T(x) = x^2 - 3(-2x - 3) = x^2 + 6x + 9$

avec $\Delta = 0$ et $x_0 = -3$

$T(x) = a(x - x_0)^2 = (x + 3)^2$

2)

a. $U(x) = \frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 7x + 12}$

Pour $x^2 + 4x - 21$: $\Delta = 100$, $x_1 = 3$ et $x_2 = -7$

Pour $x^2 - 7x + 12$: $\Delta = 1$, $x_1 = 4$ et $x_2 = 3$

Donc

$U(x) = \frac{(x - 3)(x + 7)}{(x - 4)(x - 3)} = \frac{x + 7}{x - 4}$

b. $V(x) = 2x(x - 6) - 2x^2 + 11x + 6$

Pour $-2x^2 + 11x + 6$: $\Delta = 169$

on a $x_1 = -\frac{1}{2}$ et $x_2 = 6$

$V(x) = 2x(x - 6) - 2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x - 6)$

$V(x) = (x - 6)[2x - 2\left(x + \frac{1}{2}\right)]$

$V(x) = (x - 6)(2x - 2x - 1)$

$V(x) = -(x - 6) = -x + 6$

3) $W(x) = -2x^2 + 8x$: On a $x_0 = \frac{-8}{-4} = 2$ et $W(x_0) = W(2) = -2 \times 4 + 8 \times 2 = 8$

Donc $W(x) = a(x - x_0)^2 + W(x_0) = -2(x - 2)^2 + 8$

$Z(t) = 8t^2 - 24t + 17$:

On a $t_0 = \frac{24}{16} = \frac{3}{2}$ et $Z(t_0) = Z\left(\frac{3}{2}\right) = 8 \times \frac{9}{4} - 24 \times \frac{3}{2} + 17 = 18 - 36 + 17 = -1$

Donc $Z(t) = 8\left(t - \frac{3}{2}\right)^2 - 1$