

Corrigé Exercice 12

$I_1 = \int_1^3 (x+1)e^x dx$ Avec $u = x+1$ Donc $u' = 1$ Et $v' = e^x \Rightarrow v = e^x$	$I_1 = [(x+1)e^x]_1^3 - \int_1^3 1 \times e^x dx$ $= 4e^3 - 2e^1 - [e^x]_1^3 = 4e^3 - 2e - (e^3 - e) = 3e^3 - e$
$I_2 = \int_0^2 xe^{2x} dx$ Avec $u = x$ Donc $u' = 1$ Et $v' = e^{2x} \Rightarrow v = \frac{1}{2}e^{2x}$	$I_2 = \left[\frac{x}{2}e^{2x}\right]_0^2 - \int_0^2 \frac{1}{2}e^{2x} dx$ $= e^4 - 0 - \left[\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}e^{2x}\right]_0^2 = e^4 - \left(\frac{1}{4}e^4 - \frac{1}{4}e^0\right)$ $= e^4 - \frac{e^4}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}(3e^4 + 1)$
$I_3 = \int_1^8 \ln x dx$ Avec $u = \ln x$ Donc $u' = \frac{1}{x}$ Et $v' = 1 \Rightarrow v = x$	$I_3 = [x \ln x]_1^8 - \int_1^8 x \times \frac{1}{x} dx$ $= 8 \ln 8 - \ln 1 - \int_1^8 1 dx = 8 \ln 8 - [x]_1^8$ $= 8 \ln 8 - 8 + 1 = 8 \ln 8 - 7$
$I_4 = \int_1^e x^2 \ln x dx$ Avec $u = \ln x$ Donc $u' = \frac{1}{x}$ Et $v' = x^2 \Rightarrow v = \frac{x^3}{3}$	$I_4 = \left[\frac{x^3}{3} \ln x\right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{x} \times \frac{x^3}{3} dx$ $= \frac{e^3 \ln e}{3} - \frac{\ln 1}{1} - \int_1^e \frac{x^2}{3} dx = \frac{e^3}{3} - \left[\frac{x^3}{9}\right]_1^e$ $= \frac{e^3}{3} - \left(\frac{e^3}{9} - \frac{1}{9}\right) = \frac{1}{9}(2e^3 + 1)$

Corrigé Exercice 13

$I_6 = \int_{-3}^3 (5x+2) \frac{x^2}{2} dx$	Avec $u = 5x+2$ Donc $u' = 5$	Et $v' = \frac{x^2}{2}$ $v = \frac{x^3}{6}$
$I_6 = \left[\frac{(5x+2)x^3}{6}\right]_{-3}^3 - \int_{-3}^3 \frac{5}{6}x^3 dx = 17 \times \frac{27}{6} - (-13) \times \frac{-27}{6} - \left[\frac{5x^4}{24}\right]_{-3}^3 = 18 - \left(5 \times \frac{81}{24} - 5 \times \frac{81}{24}\right)$ $= 18$		
Sans intégration par parties, on pouvait développer : $I_6 = \int_{-3}^3 \left(\frac{5}{2}x^3 + x^2\right) dx = \left[\frac{5}{8}x^4 + \frac{x^3}{3}\right]_{-3}^3 = \frac{5}{8} \times 81 + \frac{27}{3} - \frac{5}{8} \times 81 - \frac{-27}{3} = 18$		
$I_8 = \int_{-1}^1 (9p+7)e^{-p} dp$	Avec $u = 9p+7$ Donc $u' = 9$	Et $v' = e^{-p}$ $v = -e^{-p}$
$I_8 = [(9p+7)(-e^{-p})]_{-1}^1 - \int_{-1}^1 -9e^{-p} dx = -16e^{-1} - 2e^1 - [9e^{-p}]_{-1}^1 = -\frac{16}{e} - 2e - (9e^{-1} - 9e)$ $= -\frac{25}{e} + 7e$		

$$I_9 = \int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} dx = \int_1^2 \frac{1}{x^2} \ln x dx \quad \begin{array}{ll} \text{Avec } u = \ln x & \text{Et } v' = \frac{1}{x^2} \\ \text{Donc } u' = \frac{1}{x} & v = -\frac{1}{x} \end{array}$$

$$I_9 = \left[-\frac{\ln x}{x} \right]_1^2 - \int_1^2 -\frac{1}{x^2} dx = -\frac{1}{2} \ln 2 + 0 - \left[\frac{1}{x} \right]_1^2 = -\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2} (1 - \ln 2)$$

$$I_{10} = \int_1^4 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx \quad \begin{array}{ll} \text{Avec } u = \ln x & \text{Et } v' = \frac{1}{\sqrt{x}} \\ \text{Donc } u' = \frac{1}{x} & v = 2\sqrt{x} \end{array}$$

$$\begin{aligned} I_{10} &= [2\sqrt{x} \ln x]_1^4 - \int_1^4 \frac{2\sqrt{x}}{x} dx = 2 \times 2 \ln 4 - 2 \ln 1 - \int_1^4 \frac{2}{\sqrt{x}} dx = 4 \ln 4 - [4\sqrt{x}]_1^4 \\ &= 4 \ln 4 - (4 \times 2 - 4) \\ &= \mathbf{4 \ln 4 - 4} \end{aligned}$$

$$I_{11} = \int_1^e x^3 \ln x dx \quad \begin{array}{ll} \text{Avec } u = \ln x & \text{Et } v' = x^3 \\ \text{Donc } u' = \frac{1}{x} & v = \frac{x^4}{4} \end{array}$$

$$I_{11} = \left[\frac{x^4}{4} \ln x \right]_1^e - \int_1^e \frac{x^3}{4} dx = \frac{e^4}{4} - 0 - \left[\frac{x^4}{16} \right]_1^e = \frac{e^4}{4} - \frac{e^4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{16} (3e^4 + 1)$$

$$I_{12} = \int_0^{\ln 2} \frac{x}{e^x} dx = \int_0^{\ln 2} x e^{-x} dx \quad \begin{array}{ll} \text{Avec } u = x & \text{Et } v' = e^{-x} \\ \text{Donc } u' = 1 & v = -e^{-x} \end{array}$$

$$\begin{aligned} I_{12} &= [-x e^{-x}]_0^{\ln 2} - \int_0^{\ln 2} -e^{-x} dx = -\ln 2 e^{\ln 2} + 0 - [e^{-x}]_0^{\ln 2} = -2 \ln 2 - e^{-\ln 2} + e^0 = -2 \ln 2 - \frac{1}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{2} - 2 \ln 2 \end{aligned}$$

Corrigé Exercice 14

$$J_1 = \int_0^1 x^2 e^x dx \quad \begin{array}{ll} \text{Avec } u = x^2 & \text{Et } v' = e^x \\ \text{Donc } u' = 2x & v = e^x \end{array}$$

$$\begin{aligned} J_1 &= [x^2 e^x]_0^1 - \int_0^1 2x e^x dx = e - \int_0^1 2x e^x dx \\ &= e - \left([2x e^x]_0^1 - \int_0^1 2e^x dx \right) = e - (2e - [2e^x]_0^1) = e - 2e + 2e - 2e^0 = \mathbf{e - 2} \end{aligned}$$

<

$$J_3 = \int_{-1}^1 \frac{2x^2 - 1}{e^x} dx = \int_{-1}^1 (2x^2 - 1) e^{-x} dx \quad \begin{array}{ll} \text{Avec } u = 2x^2 - 1 & \text{Et } v' = e^{-x} \\ \text{Donc } u' = 4x & v = -e^{-x} \end{array}$$

$$J_3 = [-(2x^2 - 1)e^{-x}]_{-1}^1 - \int_{-1}^1 -4x e^{-x} dx = -\frac{1}{e} + e + \int_{-1}^1 4x e^{-x} dx$$

Puis on recommence...

$$\begin{array}{ll} \text{Avec } u = 4x & \text{Et } v' = e^{-x} \\ \text{Donc } u' = 4 & v = -e^{-x} \end{array}$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{e} + e + [-4x e^{-x}]_{-1}^1 - \int_{-1}^1 -4e^{-x} dx \\ &= -\frac{1}{e} + e - \frac{4}{e} - 4e - [4e^{-x}]_{-1}^1 = -\frac{5}{e} - 3e - \left(\frac{4}{e} - 4e \right) = \mathbf{e - \frac{9}{e}} \end{aligned}$$

Corrigé Exercice 15

1. Affirmation 1 : VRAIE

On intègre par partie, avec $u = \ln x$ et $v' = x$ donc $u' = \frac{1}{x}$ et $v = \frac{x^2}{2}$

$$\begin{aligned}\int_1^e f(x) dx &= \left[\frac{x^2}{2} \ln x \right]_1^e - \int_1^e \frac{1}{x} \times \frac{x^2}{2} dx = \left(\frac{e^2}{2} \ln e \right) - \left(\frac{1^2}{2} \ln 1 \right) - \int_1^e \frac{x}{2} dx = \frac{e^2}{2} - \left[\frac{x^2}{4} \right]_1^e \\ &= \frac{e^2}{2} - \left(\frac{e^2}{4} - \frac{1}{4} \right) = \frac{2e^2}{4} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2 + 1}{4}\end{aligned}$$

2. Affirmation 2 : VRAIE

On intègre par partie, avec $u = x + 2$ et $v' = e^{-x}$ donc $u' = 1$ et $v = -e^{-x}$

$$\begin{aligned}J(t) &= \int_{-2}^t (x + 2)e^{-x} dx = [-e^{-x}(x + 2)]_{-2}^t - \int_{-2}^t -e^{-x} dx = (-e^{-t}(t + 2)) - (-e^2(-2 + 2)) - [e^{-x}]_{-2}^t \\ &= -e^{-t}(t + 2) - (e^{-t} - e^2) = -e^{-t}(t + 3) + e^2\end{aligned}$$

On a alors $J(0) = -e^0 \times 3 + e^2 = -3 + e^2$