

Représentation paramétrique d'un plan

❶ **Caractérisation vectorielle d'un plan** : $M \in (ABC) \Leftrightarrow \exists a \in \mathbb{R}, \exists b \in \mathbb{R}, \overrightarrow{AM} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$

Dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on a $A(x_A; y_A; z_A)$; $M(x; y; z)$; $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$

❷ **Représentation paramétrique** : Soit le plan $\mathcal{P}$ passant par A et de vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$

$$M \in \mathcal{P} \Leftrightarrow \exists t \in \mathbb{R}, t' \in \mathbb{R}, \begin{cases} x = x_A + at + a't' \\ y = y_A + bt + b't' \\ z = z_A + ct + c't' \end{cases}$$

Le système $\begin{cases} x = x_A + at + a't' \\ y = y_A + bt + b't' \\ z = z_A + ct + c't' \end{cases}, t \in \mathbb{R}, t' \in \mathbb{R}$ s'appelle une **représentation paramétrique** du plan $\mathcal{P}$

❸ **Remarques** : Il existe une infinité de représentation paramétriques d'un même plan
On parle aussi d'équation paramétrée de plan

❹ **Réciproquement** : L'ensemble des points $M(x; y; z)$ vérifiant $\begin{cases} x = \alpha + at + a't' \\ y = \beta + bt + b't' \\ z = \gamma + ct + c't' \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}, t' \in \mathbb{R}$

est le **plan passant par** le point $A(\alpha; \beta; \gamma)$ et de **vecteurs directeurs** $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{pmatrix}$

Exemples :

a) Soit le plan $\mathcal{P}$ passant par $A(-1; 2; 5)$ et dirigés par les vecteurs $\vec{u}(-2; 3; 2)$ et $\vec{v}(2; 4; -1)$.

Déterminer une représentation paramétrique de $\mathcal{P}$.

Déterminer les coordonnées d'une autre point de $\mathcal{P}$.

Le point $B(3; 4; -1)$ appartient-il à $\mathcal{P}$?

b) On considère le plan de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 3 + 2t - 3t' \\ y = t + t' \\ z = -1 + 4t' \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ et } t' \in \mathbb{R}$

Déterminer un point appartenant à ce plan, ainsi que 2 vecteurs directeurs