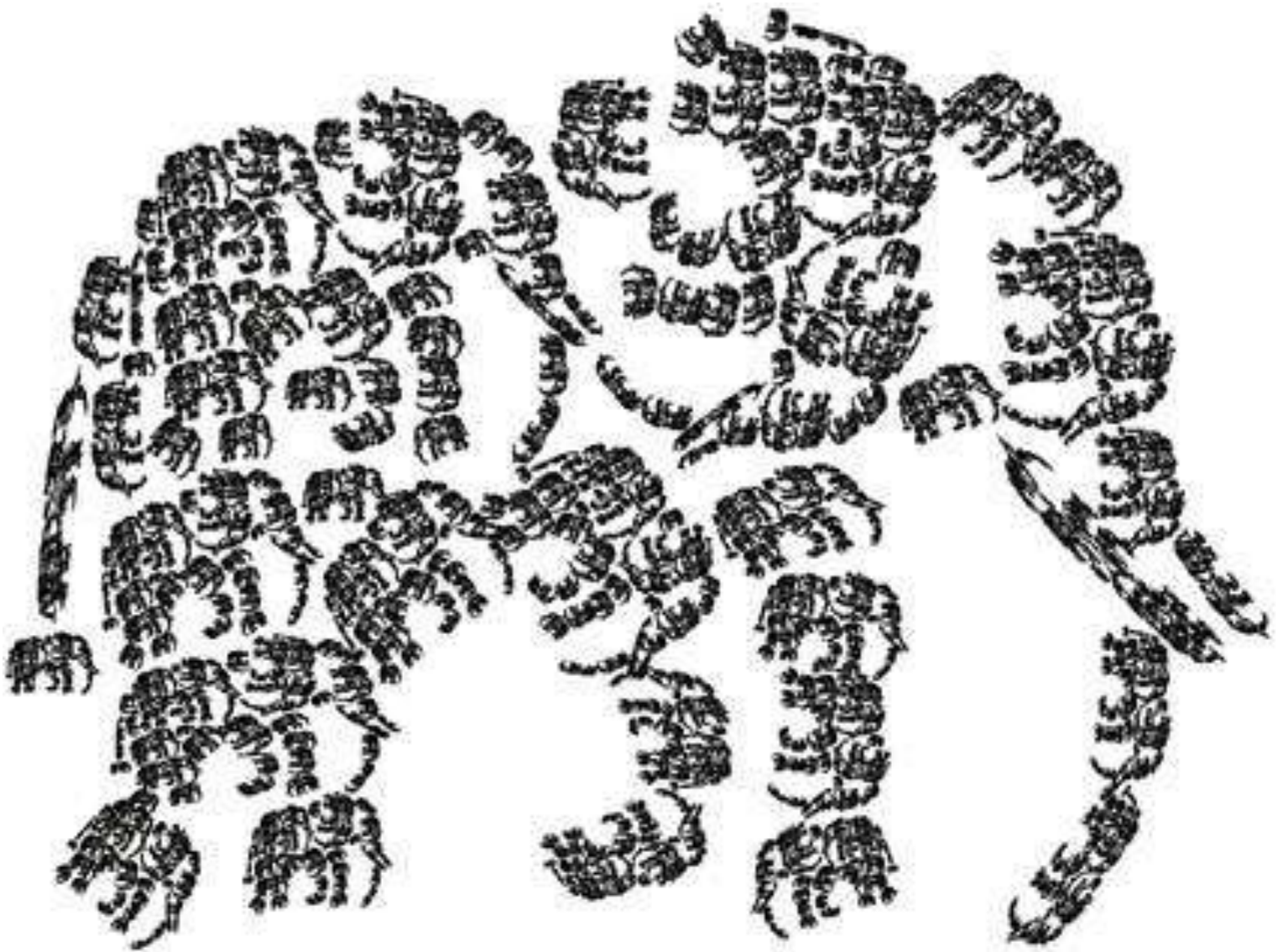


1ère Spé

Suites (1)

Savoirs Sag



Entraînements

Sujet de préparation

Savoir Sag. 1

1) On donne les suites u , v et w définies par : $u_n = 4 - n^2$, $v_n = \frac{4n-3}{2n+1}$ et $w_n = 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1$

a. Calculer u_7 , v_{11} et w_5

b. Exprimer en fonction de n les termes v_{n-1} et $w_n + 1$

2) On donne la suite (a_n) définie par son 1^{er} terme $a_0 = 5$ et la relation de récurrence : $a_{n+1} = 2n - a_n$ et la suite (b_n) définie par son premier terme $b_1 = -3$ et la relation $b_{n+1} = \frac{2b_n}{1+b_n}$

a. Calculer les termes a_1 ; a_2 et b_3 (valeurs exactes)

b. Exprimer le plus simplement possible les termes a_{n+2} et $b_n + 1$

3) *Le diabète de type 1 est une maladie qui apparaît le plus souvent durant l'enfance ou l'adolescence. Les individus atteints par cette maladie produisent très peu ou pas du tout d'insuline, hormone essentielle pour l'absorption du glucose sanguin par l'organisme.*

En 2016, 542 000 enfants dans le monde étaient atteints de diabète de type 1. Des études récentes permettent de supposer que le nombre d'enfants diabétiques va augmenter de 3% par an à partir de 2016. On note u_n le nombre d'enfants diabétiques dans le monde pour l'année $(2016 + n)$. Ainsi $u_0 = 542\,000$.

a. Calculer u_1 et interpréter le résultat dans le contexte.

b. On modélise la suite par la relation de récurrence $u_{n+1} = 1,03u_n$
Calculer le nombre d'enfants atteints de diabète de type 1 dans le monde en 2021.

Savoir Sag. 2

1) On donne la suite (s_n) définie par son 1^{er} terme $s_1 = -1$ et la relation de récurrence : $s_{n+1} = 2s_n^2 - 3s_n$
À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous. Arrondir à 0,01 près si besoin.

n	1	2	3	4	5
s_n					

2) a. On modélise la suite (u_n) par la formule $u_n = 300 \times 0,97^n$
On cherche à compléter la feuille de tableur ci-contre.

Quelle formule saisie dans la cellule B3 permettra d'afficher les termes successifs de la suite (u_n) en l'étirant vers le bas ?

	A	B
1	n	$u(n)$
2	0	300
3	1	
4	2	

b. On modélise la suite (v_n) par la relation de récurrence $v_{n+1} = 2v_n - 5$ et le 1^{er} terme $v_1 = 52$

On cherche à compléter la feuille de tableur ci-contre.

Quelle formule saisie dans la cellule B4 permettra d'afficher les termes successifs de la suite (v_n) en l'étirant vers le bas ?

	A	B
1	Rang	Terme
2	n	v(n)
3	1	52
4	2	
5	3	
6	4	

Savoir Sag. 3

1) Soit (A_n) une suite arithmétique de raison $\frac{7}{4}$ et de 1^{er} terme $A_0 = -1$

- a.** Exprimer A_{n+1} en fonction de A_n **b.** Calculer A_1 et A_2

2) Soit (g_n) une suite géométrique de raison 1,8 et de 1^{er} terme $g_1 = 12\,200$

- a.** Donner la relation de récurrence de g_n en fonction de g_{n-1} **b.** Calculer g_2 et g_3

3) Un composant chimique peu stable se dégrade rapidement, diminuant de 20 % par heure. Juste après sa fabrication, la concentration de ce composant est de 48 mg.l⁻¹. On appelle C_n la concentration, en mg.l⁻¹, du composant, n heures après sa fabrication.

- a.** Donner C_0 **b.** Calculer C_1 et interpréter dans le contexte
c. Déterminer la nature de C_n et préciser sa raison **d.** Donner sa relation de récurrence

4) On peut considérer qu'un pin a une croissance régulière annuelle de 20 cm entre 15 ans et 30 ans. Un des pins du parc du lycée a été planté il y a 15 ans et il fait aujourd'hui 4,60 m. On appelle h_n la hauteur en mètre de ce pin à l'âge $15 + n$. On a donc $h_0 = 4,60$.

- a.** Exprimer h_{n+1} en fonction de h_n **b.** Quelle est la nature de la suite (h_n) ?
c. Quelle taille peut-on prévoir qu'aura ce pin à 20 ans ?

Savoir Sag. 4

On donne les 4 suites :

(u_n) est une suite géométrique de raison -2 et de premier terme $u_0 = 6$

(w_n) est arithmétique de raison 123 et de premier terme $w_1 = 456$

(a_n) est une suite géométrique de raison $\frac{5}{3}$ et de terme initial $a_2 = 1$

(b_n) est arithmétique de raison $-0,3$ et de terme initial $b_0 = 1,5$

1) Donner les formules explicites des suites (u_n) et (w_n)

2) Exprimer a_n et b_n en fonction de n

3) Calculer les termes u_5 , w_8 , a_4 et b_{12}

Entraînements savoirs

Savoir Sag. 1 : Suites, cas général - calcul de termes et contexte

Entraînement n°1

1) On donne les suites u , v et w définies par : $u_n = 3n - 7$, $v_n = \frac{1}{n+3} - 2n^2$ et $w_n = 8 \times 0,9^n + 10$

a. Calculer u_{16} , v_2 et w_7 (arrondis au centième près si besoin)

b. Exprimer en fonction de n les termes u_{n-1} et $w_n + 1$

2) On donne la suite (a_n) définie par son 1^{er} terme $a_0 = 9$ et la relation de récurrence : $a_{n+1} = 3 + 2a_n$ et la suite (b_n) définie par son premier terme $b_1 = \frac{1}{2}$ et la relation $b_{n+1} = 4b_n + \frac{1}{b_n}$

a. Calculer les termes a_1 ; a_2 et b_3 (valeurs exactes)

b. Exprimer le plus simplement possible les termes a_{n-1} et $a_n - 1$

3) On se propose de modéliser par une suite (u_n) l'évolution de l'émission moyenne de CO₂ (exprimée en grammes de CO₂ par km) des voitures particulières neuves immatriculées chaque année en France.

On considère que celle-ci diminue de 2 % par an à partir de 2013.

Pour tout entier naturel n , on note u_n l'émission moyenne de CO₂ des voitures particulières neuves immatriculées dans l'année en France pour l'année 2013 + n . On a $u_0 = 117$.

a. Calculer u_1 et interpréter le résultat dans le contexte.

b. On modélise la suite (u_n) par la formule $u_n = 117 \times 0,98^n$

Selon ce modèle, calculer l'émission en 2020 pour les voitures particulières neuves (arrondir au centième).

Entraînement n°2

1) On donne les suites s_n et t_n définies pour tout entier n par : $s_n = 2^n - 1$ et $t_n = 14 + 8(n - 1)$ ainsi que la suite (r_n) définie par $r_n = 5\sqrt{n} + \frac{1}{n+1}$ pour $n \geq 2$

a. Calculer s_6 , t_{13} et r_9

b. Exprimer en fonction de n les termes $s_n - 1$ et t_{n+1}

- 2)** On donne la suite (U_n) définie par son 1^{er} terme $U_1 = 16$ et la relation de récurrence : $U_{n+1} = 0,75U_n$ ainsi que la suite (V_n) définie par $\begin{cases} V_{n+1} = 2V_n + \frac{1}{V_{n-1}} \\ V_0 = 2 \text{ et } V_1 = 1 \end{cases}$
- Calculer les termes U_2 , U_3 et V_3 (valeur exacte)
 - Exprimer le plus simplement possible les termes V_{n+2} et $U_n - 2$

- 3)** Un apiculteur constate qu'entre le 1^{er} mars 2014 et le 1^{er} mars 2015, la population d'abeilles adultes de ses ruches a diminué d'environ 8 300. Au 1^{er} mars 2014, l'apiculteur avait dénombré 55 200 abeilles adultes dans ses ruches. Cherchant à estimer la population de ses ruches, il modélise son évolution à l'aide d'une suite (p_n) où p_n est le nombre de milliers d'abeilles dans ses ruches au 1^{er} mars de l'année 2014 + n . On a donc $p_0 = 55,2$.
- Calculer p_1 et interpréter le résultat dans le contexte.
 - On modélise la suite par la relation de récurrence $p_{n+1} = p_n - 8,3$.
Quelle estimation peut faire l'apiculteur de la population d'abeilles dans ses ruches au 1^{er} mars 2019 ?

Entraînement n°3

- 1)** On donne les suites a_n et b_n définies pour tout entier n par : $a_n = 5 \times 1,06^{n-1}$, $b_n = 500 - 15n$ et la suite (C_n) définie par $C_n = 1 + (n - 1)(n + 2)$ pour $n \geq 1$
- Calculer a_3 , b_9 et C_5
 - Exprimer en fonction de n les termes C_{n-1} et $b_n + 1$
- 2)** On donne la suite (u_n) définie par son 1^{er} terme $u_0 = 0,2$ et la relation de récurrence : $u_{n+1} = 3u_n + 1,2$ ainsi que la suite (w_n) définie par son premier terme $w_1 = \frac{3}{2}$ et la relation $w_{n+1} = \frac{n}{2w_n + 1}$
- Calculer les termes u_2 et w_3
 - Exprimer le plus simplement possible les termes w_{n+2} et $u_n - 1$
- 3)** On modélise l'évolution de la population française entre 1911 et 2011 par une suite (P_n) telle que :
- $$P_n = 39,6 \times 1,005^n$$
- où P_n est le nombre de millions d'habitants en France en l'année 1911 + n
- Calculer P_0 et interpréter le résultat dans le cadre de l'exercice.
 - Donner une estimation de la population française en l'an 2000 selon ce modèle.

Savoir Sag. 2 : Suites, cas général – calculatrice et tableurs

Entraînement n°1

1) On donne la suite (t_n) définie par son 1^{er} terme $t_0 = 2$ et la relation de récurrence : $t_{n+1} = 2t_n^2 - 3$

À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous.

n	0	1	2	3	4
t_n					

2) a. On modélise la suite (u_n) par la relation de récurrence $u_{n+1} = 0,8u_n$
On cherche à compléter la feuille de tableur ci-contre.

	A	B	C	D	E	F
1	Rang	n	0	1	2	3
2	Terme	u(n)	14			

Quelle formule saisie dans la cellule D2 permettra d'afficher les termes successifs de la suite (u_n) en l'étirant vers la droite ?

b. On modélise la suite (u_n) par la formule $u_n = 64 - 8n$
et le 1^{er} terme $u_0 = 56$
On cherche à compléter la feuille de tableur ci-contre.

	A	B	C	D	E	F
1	n	0	1	2	3	4
2	u(n)	56				

Quelle formule saisie dans la cellule C2 permettra d'afficher les termes successifs de la suite (u_n) en l'étirant vers la droite ?

Entraînement n°2

1) On donne la suite (a_n) définie pour tout entier $n \geq 1$ par : $a_n = \frac{6^n}{2n}$

À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous.

n	1	2	3	4	5
a_n					

2) a. On modélise la suite (u_n) par la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n - 27$ et le 1^{er} terme $u_1 = 631$
On cherche à compléter la feuille de tableur ci-contre.

	A	B	C	D	E
1	n	1	2	3	4
2	u(n)	631			

Quelle formule saisie dans la cellule C2 permettra d'afficher les termes successifs de la suite (u_n) en l'étirant vers la droite ?

b. On modélise la suite (w_n) par la formule $w_n = 2 + 1,04^n$
On cherche à compléter la feuille de tableur ci-contre.

Quelle formule saisie dans la cellule B3 permettra d'afficher les termes successifs de la suite (v_n) en l'étirant vers le bas ?

	A	B
1	n	w(n)
2	0	3
3	1	
4	2	
5	3	
6	4	

Entraînement n°3

1) On donne la suite (B_n) définie par son 1^{er} terme $B_0 = 350$ et la relation de récurrence :

$$B_{n+1} = 2B_n - 2^n + 1$$

À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau ci-dessous.

n	0	1	2	3	4
B_n					

2) a. On modélise la suite (u_n) par la formule $u_n = 517 + 7(n - 1)$

On cherche à compléter la feuille de tableur ci-contre.

Quelle formule saisie dans la cellule B3 permettra d'afficher les termes successifs de la suite (u_n) en l'étirant vers le bas ?

	A	B
1	n	u(n)
2	1	510
3	2	
4	3	
5	4	
6	5	

b. On modélise la suite (v_n) par la relation de récurrence

$$v_{n+1} = 10v_n + 2 \text{ et le 1^{er} terme } v_1 = 0,7$$

On cherche à compléter la feuille de tableur ci-contre.

	A	B	C	D	E
1	n	1	2	3	4
2	v(n)	0,7			

Quelle formule saisie dans la cellule B4 permettra d'afficher les termes successifs de la suite (v_n) en l'étirant vers la droite ?

Savoir Sag. 3 : Arithm^{étiques} et géom^{étrique} – relation de récurrence

Entraînement n°1

- 1) Soit (G_n) une suite géométrique de raison 0,7 et de 1^{er} terme $G_0 = 5\,000$
- a. Exprimer G_{n+1} en fonction de G_n b. Calculer G_1 et G_2
- 2) Soit (a_n) une suite arithmétique de raison 21 et de 1^{er} terme $a_0 = 156$
- a. Donner la relation de récurrence de a_n en fonction de a_{n-1} b. Calculer a_1 et a_2
- 3) Le conseil municipal d'un village a pris la décision d'offrir 3 ordinateurs par an au club informatique. Au 1^{er} janvier 2018, le club possède 15 ordinateurs. On note u_n le nombre d'ordinateur que possèdera le club au 1^{er} janvier de l'année 2018 + n .
- a. Donner u_0 . b. Calculer u_1 et interpréter dans le contexte
- c. Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser la raison et la relation de récurrence.
- 4) Une population de bactérie double toutes les heures. On observe un échantillon contenant initialement 10 millions de bactéries. On note b_n le nombre de bactéries, en millions, présentes dans l'échantillon au bout de n heures. On a donc $b_0 = 10$
- a. Quelle est la nature de la suite ? b. Exprimer b_{n+1} en fonction de b_n
- c. Combien y aura-t-il de bactéries au bout de deux heures ?

Entraînement n°2

- 1) Soit (C_n) une suite arithmétique de raison 240 et de 1^{er} terme $C_1 = 1\,200$
- a. Exprimer C_n en fonction de C_{n-1} b. Calculer C_2
- 2) Soit (d_n) une suite géométrique de raison 3,2 et de 1^{er} terme $d_0 = 200$
- a. Donner la relation de récurrence de d_{n+1} en fonction de d_n b. Calculer d_1 et d_2
- 3) Afin de se constituer un capital, un épargnant place 1 000 euros sur un compte non rémunéré et, chaque mois, verse 75 euros sur ce compte. On note M_n le montant en euros du capital accumulé au bout de n mois. Ainsi $M_0 = 1000$.
- a. Déterminer la nature de la suite (M_n) en justifiant la réponse.
- b. En déduire l'expression de M_{n+1} en fonction de M_n .
- c. Quel montant aura-t-il sur son compte au bout de 4 mois ?
- 4) Un parc aquatique en plein air a ouvert ses portes en juin 2013. En 2013, ce parc a enregistré 190 000 entrées. Depuis, on a constaté une hausse annuelle moyenne de 3,5% du nombre d'entrées. Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre d'entrée, en milliers, de l'année 2013 + n . Ainsi $u_0 = 190$.
- a. Quelle est la nature de la suite ? b. Donner la relation de récurrence de u_{n+1} en fonction de u_n
- c. Calculer u_1 et interpréter dans le contexte.

Entraînement n°3

1) Soit (v_n) une suite géométrique de raison $\frac{5}{2}$ et de 1^{er} terme $v_0 = 160$

- a.** Exprimer v_n en fonction de v_{n-1} **b.** Calculer v_1 et v_2

2) Soit (u_n) une suite arithmétique de raison -65 et de 1^{er} terme $u_1 = 52\,450$

- a.** Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n **b.** Calculer u_2

3) Une ville lance un programme de construction de logements sociaux neufs.

En 2009, il y avait 2 740 logements sociaux dans la ville. Le projet augmentera de 7 % le nombre de logements sociaux chaque année.

Pour tout entier naturel n , on note B_n le nombre total de logements sociaux dans la ville au cours de l'année $2009 + n$. On a donc $B_0 = 2\,740$

- a.** Calculer B_1 et interpréter le résultat dans le contexte (arrondir à l'unité).
b. Donner la nature et la raison de la suite (B_n) . **c.** Exprimer B_{n+1} en fonction de B_n

4) Une autre ville a décidé aussi de lancer un programme ambitieux de construction de logements sociaux neufs. En 2009, il y avait 3 460 logements sociaux dans la ville. Le projet consiste en la construction à partir de 2010 de 160 logements sociaux supplémentaires chaque année.

Pour tout entier naturel n , on note A_n le nombre total de logements sociaux dans la ville au cours de l'année $2009 + n$.

- a.** Donner A_0 puis calculer A_1 et interpréter le résultat dans le contexte.
b. Donner la nature et la raison de la suite (A_n) . **c.** Exprimer A_n en fonction de A_{n-1}

Savoir Sag. 4 : Arithm^{étiques} et géom^{étrique} – Formule explicite

Entraînement n°1

On donne les 4 suites :

(a_n) est une suite arithmétique de raison -4 et de premier terme $a_0 = 2$

(b_n) est géométrique de raison $\frac{1}{4}$ et de premier terme $b_2 = 128$

(c_n) est une suite géométrique de raison -3 et de terme initial $c_0 = 4$

(d_n) est arithmétique de raison $\frac{1}{3}$ et de terme initial $d_3 = -\frac{2}{3}$

1) Donner les formules explicites des suites (a_n) et (b_n)

2) Exprimer c_n et d_n en fonction de n

3) Calculer les termes a_{10} , b_5 , c_7 et d_{13}

Entraînement n°2

On donne les 4 suites :

(s_n) est une suite géométrique de raison 6 et de 1^{er} terme $s_0 = \frac{-1}{162}$

(t_n) est arithmétique de raison $\frac{-5}{2}$ et de 1^{er} terme $t_1 = 7$

(x_n) est géométrique de raison $-\frac{1}{8}$ et de terme initial $x_4 = 144$

(y_n) est une suite arithmétique de raison 6 et de 1^{er} terme $y_0 = -12$

1) Donner les formules explicites des suites (s_n) et (t_n)

2) Exprimer x_n et y_n en fonction de n

3) Calculer les termes s_6 , t_7 , x_0 et y_{41}

Entraînement n°3

On donne les 4 suites :

(a_n) est géométrique de raison $\frac{2}{7}$ et de 1^{er} terme $a_0 = -1$

(b_n) est arithmétique de raison $\frac{1}{4}$ et de terme initial $b_0 = -64$

(c_n) est une suite géométrique de raison -10 et de premier terme $c_1 = \frac{1}{3000}$

(d_n) est une suite arithmétique de raison -5 et de 1^{er} terme $d_2 = 101$

1) Donner les formules explicites des suites (a_n) et (b_n)

2) Exprimer c_n et d_n en fonction de n

3) Calculer les termes a_8 , b_{44} , c_5 et d_7

Sujet de préparation CORRECTION

Corrigé Savoir Sag. 1

1) a. $u_7 = 4 - 7^2 = 4 - 49 = -45$; $v_{11} = \frac{44-3}{22+1} = \frac{41}{23}$

et $w_5 = 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5 - 1 = 5 \times \frac{1}{32} - 1 = \frac{5}{32} - \frac{32}{32} = -\frac{27}{32}$

b. $v_{n-1} = \frac{4(n-1)-3}{2(n-1)+1} = \frac{4n-4-3}{2n-2+1} = \frac{4n-7}{2n-1}$ et $w_n + 1 = 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1 + 1 = 5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

2) a. $a_1 = 2 \times 0 - a_0 = -5$ et $a_2 = 2 \times 1 - a_1 = 2 - (-5) = 7$

$b_2 = \frac{2b_1}{1+b_1} = \frac{2 \times (-3)}{1-3} = \frac{-6}{-2} = 3$ et $b_3 = \frac{2b_2}{1+b_2} = \frac{2 \times 3}{1+3} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

b. $a_{n+2} = 2(n+1) - a_{n+1}$ et $b_n + 1 = \frac{2b_{n-1}}{1+b_{n-1}} + 1$

3) a. Augmenter de 3% revient à multiplier par $CM = 1 + \frac{3}{100} = 1,03$

on a donc $u_1 = 542\,000 \times 1,03 = 558\,260$ (vous avez peut-être fait $u_1 = 542\,000 + \frac{3}{100} \times 542\,000$)

En 2017, on suppose qu'il y aura 558 260 enfants atteints de diabète 1

b. L'année 2021 correspond au rang 5.

On calcule successivement $u_2 = 1,03 \times u_1 = 1,03 \times 558\,260 \simeq 575\,008$; $u_3 \simeq 592\,258$; $u_4 \simeq 610\,026$
et $u_5 \simeq 628\,327$

Selon ce modèle, il y aurait environ 628 327 enfants atteints de diabète de type 1 dans le monde en 2021.

Corrigé Savoir Sag. 2

1) (attention, pour la valeur de s_5 les calculatrice affichent la valeur approchée $1,1 \times 10^7$ dans le tableau, mais si vous vous déplacer avec le curseur sur cette valeur, vous avez la valeur exacte affichée à l'écran)

n	1	2	3	4	5
s_n	-1	5	35	2 345	10 991 015

2) a. Formule explicite : définie par rapport au rang (case A3) donc : **B3 = 300*0,97^A3**

b. Relation de récurrence : définie par rapport au terme d'avant (case B3), donc : **B4 = 2*B3 - 5**

Corrigé Savoir Sag. 3

1) a. $A_{n+1} = A_n + \frac{7}{4}$ b. $A_1 = A_0 + \frac{7}{4} = -1 + \frac{7}{4} = \frac{3}{4}$ et $A_2 = \frac{3}{4} + \frac{7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$

2) a. $g_n = 1,8g_{n-1}$ b. $g_2 = 1,8g_1 = 12\,200 \times 1,8 = 21\,960$ et $g_3 = 1,8 \times 21\,960 = 39\,528$

3) a. $C_0 = 48$

b. Diminuer de 20% revient à multiplier par $CM = 1 - \frac{20}{100} = 0,8$ donc $C_1 = 48 \times 0,8 = 38,4$

Au bout d'une heure, le composant n'a plus qu'une concentration de 38,4 mg.l⁻¹

c. La suite C_n est une **suite géométrique de raison 0,8**

d. $C_{n+1} = 0,8C_n$ (ou $C_n = 0,8C_{n-1}$ ça marche aussi)

4) a. $h_{n+1} = h_n + 0,20$

b. La suite (h_n) est une **suite arithmétique de raison 0,20**

c. 20 ans correspond au rang 5. On calcule successivement $h_1 = h_0 + 0,20 = 4,60 + 0,20 = 4,80$; $h_2 = 5$
 $h_3 = 5,20$; $h_4 = 5,40$ et **$h_5 = 5,60$** On peut prévoir que ce pin mesurera **5,60 m à 20 ans**

Corrigé Savoir Sag. 4

1) $u_n = u_0 \times q^n = 6 \times (-2)^n$

$$w_n = w_1 + R(n-1) = 456 + 123(n-1) = 456 + 123n - 123 = 333 + 123n$$

2) $a_n = a_2 \times q^{n-2} = 1 \times \left(\frac{5}{3}\right)^{n-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^{n-2}$ et $b_n = b_0 + nR = 1,5 - 0,3n$

3) $u_5 = 6 \times (-2)^5 = 6 \times (-32) = -192$

$$w_8 = 333 + 123 \times 8 = 1\,317 \quad (\text{vous avez pu faire } 456 + 123 \times 7 \text{ si vous n'avez pas développé})$$

$$a_4 = \left(\frac{5}{3}\right)^{4-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9} \quad \text{et} \quad b_{12} = 1,5 - 0,3 \times 12 = -2,1$$

CORRECTION Entraînements savoirs

Savoir Sag. 1 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

1) a. $u_{16} = 3 \times 16 - 7 = 41$; $v_2 = \frac{1}{2+3} - 2 \times 2^2 = \frac{1}{5} - 8 = \frac{-39}{5}$ et $w_7 = 8 \times 0,9^7 + 10 \simeq 13,83$
b. $u_{n-1} = 3(n-1) - 7 = 3n - 3 - 7 = 3n - 10$ et $w_n + 1 = 8 \times 0,9^n + 10 + 1 = 8 \times 0,9^n + 11$

2) a. $a_1 = 3 + 2a_0 = 3 + 2 \times 9 = 21$ et $a_2 = 3 + 2a_1 = 3 + 2 \times 21 = 45$
 $b_2 = 4b_1 + \frac{1}{b_1} = 4 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 + 2 = 4$ et $b_3 = 4 \times 4 + \frac{1}{4} = 16 + \frac{1}{4} = \frac{65}{4}$

b. $a_{n-1} = 3 + 2a_{n-2}$ et $a_n - 1 = 3 + 2a_{n-1} - 1$

3) a. Diminuer de 2% revient à multiplier par : $CM = 1 - \frac{2}{100} = 0,98 \Rightarrow u_1 = 0,98 \times 117 = 144,66$
En 2014, les voitures particulières émettent en moyenne 144,66 g/km de CO₂

b. L'année 2020 correspond au rang 7, donc $u_7 = 117 \times 0,98^7 \simeq 101,57$
En 2020, l'émission de CO₂ pour les voitures particulières neuves serait d'environ 101,57 g/km

Corrigé Entraînement n°2

1) a. $s_6 = 2^6 - 1 = 63$; $t_{13} = 14 + 8 \times (13 - 1) = 14 + 8 \times 12 = 110$

et $r_9 = 5 \times \sqrt{9} + \frac{1}{9+1} = 5 \times 3 + \frac{1}{10} = 15 + \frac{1}{10} = \frac{151}{10}$

b. $s_n - 1 = 2^n - 1 - 1 = 2^n - 2$ et $t_{n+1} = 14 + 8((n+1) - 1) = 14 + 8n$

2) a. $U_2 = 0,75U_1 = 0,75 \times 16 = 12$ et $U_3 = 0,75 \times 12 = 9$

$V_2 = 2V_1 + \frac{1}{V_0} = 2 \times 1 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$ et $V_3 = 2V_2 + \frac{1}{V_1} = 2 \times \frac{5}{2} + \frac{1}{1} = 5 + 1 = 6$

b. $V_{n+2} = 2V_{n+1} + \frac{1}{V_n}$ et $U_n - 2 = 0,75U_{n-1} - 2$

3) a. $p_1 = 55,2 - 8,3 = 46,9$ au 1^{er} mars 2015, il restait 46 900 abeilles dans les ruches.

b. 2019 correspond au rang 5. À la calculatrice, on calcule $p_2 = 38,6$; $p_3 = 30,3$; $p_4 = 22$ et $p_5 = 13,7$
Il resterait 13 700 abeilles dans ses ruches au 1^{er} mars 2019.

Corrigé Entraînement n°3

1) a. $a_3 = 5 \times 1,06^{3-1} = 5 \times 1,06^2 = 5,618$; $b_9 = 500 - 15 \times 9 = 365$

et $C_5 = 1 + (5 - 1) \times (5 + 2) = 1 + 4 \times 7 = 29$

b. $C_{n-1} = 1 + (n - 1 - 1)(n - 1 + 2) = 1 + (n - 2)(n + 1)$ et $b_n + 1500 - 15n + 1 = 501 - 15n$

2) a. $u_1 = 3u_0 + 1,2 = 3 \times 0,2 + 1,2 = 1,8$ et $u_2 = 3 \times 1,8 + 1,2 = 6,6$

$$w_2 = \frac{1}{2w_1+1} = \frac{1}{2 \times \frac{3}{2} + 1} = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4} \quad \text{et} \quad w_3 = \frac{2}{2w_2+1} = \frac{2}{2 \times \frac{1}{4} + 1} = \frac{2}{\frac{1}{2} + 1} = 2 \div \frac{3}{2} = 2 \times \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$$

b. $w_{n+2} = \frac{n+1}{2w_{n+1}+1}$ et $u_n - 1 = 3u_{n-1} + 1,2 - 1 = 3u_{n-1} + 0,2$

3) a. $P_0 = 39,6 \times 1,005^0 = 39,6 \times 1 = 39,6$

En 1911, la population française était de 39,6 millions d'habitants

b. L'an 2000 correspond au rang 89 $\Rightarrow P_{89} = 39,6 \times 1,005^{89} \simeq 61,73$

Selon ce modèle, la population française serait d'environ 61,73 millions d'habitant (ce qui est sous-estimé par rapport à la réalité)

Savoir Sag. 2 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

1)

n	0	1	2	3	4
t_n	2	5	47	4 415	38 984 447

2) a. Récurrence : définie par rapport au terme d'avant (case C2), donc : $D2 = 0,8 \times C2$

b. Formule : définie par rapport au rang (case C1) donc : $C2 = 64 - 8 \times C1$

Corrigé Entraînement n°2

1)

n	1	2	3	4	5
a_n	3	9	36	162	$\frac{3888}{5} = 777,6$

2) a. Récurrence $C2 = B2 - 27$

b. Formule : $B3 = 2 + 1,04^{A3}$

Corrigé Entraînement n°3

1) (Attention pour les TI : $u(n) = 2u(n-1) - 2^{n-1} + 1$ la puissance du 2 !)

n	0	1	2	3	4
B_n	350	700	1 399	2 795	5 583

2) a. Formule : $B_3 = 517 + 7 \cdot (A_3 - 1)$ b. Récurrence : $C_2 = 10 \cdot B_2 + 2$

Savoir Sag. 3 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

1) a. $G_{n+1} = 0,7G_n$ b. $G_1 = 0,7 \times G_0 = 0,7 \times 5000 = 3\,500$ et $G_2 = 0,7 \times 3\,500 = 2\,450$

2) a. $a_n = a_{n-1} + 21$ b. $a_1 = a_0 + 21 = 156 + 21 = 177$ et $a_2 = 177 + 21 = 198$

3) a. $u_0 = 15$ b. $u_1 = 15 + 3 = 18 \Rightarrow$ En 2019, le club informatique aura 18 ordinateurs

c. La suite (u_n) est arithmétique, de raison 3. On a $u_{n+1} = u_n + 3$

4) a. Chaque heure le nombre de bactérie est multiplié par 2 : la suite est géométrique de raison 2

b. $b_{n+1} = 2b_n$

c. $b_2 = 2b_1 = 2 \times (2b_0) = 4 \times 10 = 40 \Rightarrow$ Au bout de deux heures il y aura 40 millions de bactéries

Corrigé Entraînement n°2

1) a. $C_n = C_{n-1} + 240$ b. $C_2 = C_1 + 240 = 1200 + 240 = 1\,640$

2) a. $d_{n+1} = 3,2d_n$ b. $d_1 = 3,2d_0 = 3,2 \times 200 = 640$ et $d_2 = 3,2 \times 640 = 2\,048$

3) a. On additionne 75 chaque mois : la suite (M_n) est arithmétique de raison 75

b. $M_{n+1} = M_n + 75$.

c. $M_1 = 1\,075$; $M_2 = 1\,150$; $M_3 = 1\,225$; $M_4 = 1\,300 \Rightarrow$ Au bout de 4 mois il aura 1 300 €

4) a. Augmenter de 3,5 % revient à multiplier par $CM = 1 + \frac{3,5}{100} = 1,035 \Rightarrow$ La suite est géométrique de raison 1,035

b. $u_{n+1} = 1,035u_n$

c. $u_1 = 1,035 \times 190 = 196,65 \Rightarrow$ En juin 2014, il y a eu 196 650 entrées

Corrigé Entraînement n°3

- 1) a. $v_n = \frac{5}{2}v_{n-1}$ b. $v_1 = \frac{5}{2} \times v_0 = \frac{5}{2} \times 160 = 400$ et $v_2 = \frac{5}{2} \times 400 = 1\,000$
- 2) a. $u_{n+1} = u_n - 65$ b. $u_2 = u_1 - 65 = 52\,450 - 65 = 52\,385$
- 3) a. Augmenter de 7% revient à multiplier par $CM = 1 + \frac{7}{100} = 1,07 \Rightarrow B_1 = 1,07 \times 2\,740 \simeq 2\,932$
En 2010, il y aura 2 932 logement sociaux.
- b. La suite (B_n) est géométrique de raison 1,07 c. $B_{n+1} = 1,07B_n$
- 4) a. $A_0 = 3\,460$ et $A_1 = 3\,460 + 160 = 3\,620 \Rightarrow$ En 2010 il y aura 3 620 logement sociaux
- b. La suite (A_n) est arithmétique de raison 160 c. $A_n = A_{n-1} + 160$

Savoir Sag. 4 : Corrigés

Corrigé Entraînement n°1

- 1) $a_n = a_0 + nR = 2 - 4n$ et $b_n = b_2 \times q^{n-2} = 128 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-2} = \frac{128}{4^{n-2}}$
- 2) $c_n = c_0 \times q^n = 4 \times (-3)^n$ et $d_n = d_3 + R(n-3) = -\frac{2}{3} + \frac{1}{3}(n-3) = -\frac{2}{3} + \frac{1}{3}n - 1 = -\frac{5}{3} + \frac{1}{3}n$
- 3) $a_{10} = 2 - 4 \times 10 = -38$; $b_5 = 128 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{5-2} = 128 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{128}{64} = 2$; $c_7 = 4 \times (-3)^7 = -8\,748$
et $d_{13} = -\frac{5}{3} + \frac{1}{3} \times 13 = \frac{8}{3}$

Corrigé Entraînement n°2

- 1) $s_n = s_0 \times q^n = -\frac{1}{162} \times 6^n = -\frac{6^n}{162}$ et $t_n = t_1 + (n-1)R = 7 - \frac{5}{2}(n-1) = 7 - \frac{5}{2}n + \frac{5}{2} = \frac{19}{2} - \frac{5}{2}n$
- 2) $x_n = x_4 \times q^{n-4} = 144 \times \left(-\frac{1}{8}\right)^{n-4}$ et $y_n = y_0 + nR = -12 + 6n$
- 3) $s_6 = -\frac{6^6}{162} = -288$; $t_7 = \frac{19}{2} - \frac{35}{2} = -8$; $x_0 = 144 \times \left(-\frac{1}{8}\right)^{-4} = 589\,824$
et $y_{41} = -12 + 6 \times 41 = 234$

Corrigé Entraînement n°3

- 1) $a_n = a_0 \times q^n = -1 \times \left(\frac{2}{7}\right)^n$ et $b_n = b_0 + nR = -64 + \frac{n}{4}$
- 2) $c_n = c_1 \times q^{n-1} = \frac{1}{3000} \times (-10)^{n-1} = \frac{(-10)^{n-1}}{3000}$
et $d_n = d_2 + (n-2)R = 101 - 5(n-2) = 101 - 5n + 10 = 111 - 5n$
- 3) $a_8 = -\left(\frac{2}{7}\right)^8 = -\frac{2^8}{7^8} = -\frac{256}{5\,764\,801}$; $b_{44} = -64 + \frac{44}{4} = -53$; $c_5 = \frac{(-10)^4}{3000} = \frac{10000}{3000} = \frac{10}{3}$
et $d_7 = 111 - 5 \times 7 = 76$