

Savoir Fi. 6 : Calcul d'aires (généralisation)

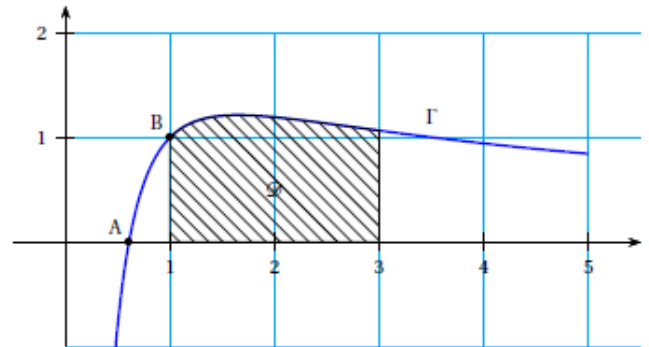
Exercice 19 : Calcul d'aire avec fonction positive

1) On considère la fonction g , définie sur $[0,5 ; 5]$, et telle que pour tout x , on ait :

$$g(x) = \frac{2 \ln x + 1}{x}$$

et Γ sa courbe représentative dans le repère ci-contre.

On note $\mathcal{D}$ le domaine défini par l'axe des abscisses, la courbe Γ et les droites d'équation $x = 1$ et $x = 3$.



a. Par lecture graphique, encadrer par deux entiers l'aire de $\mathcal{D}$, exprimée en unités d'aire.

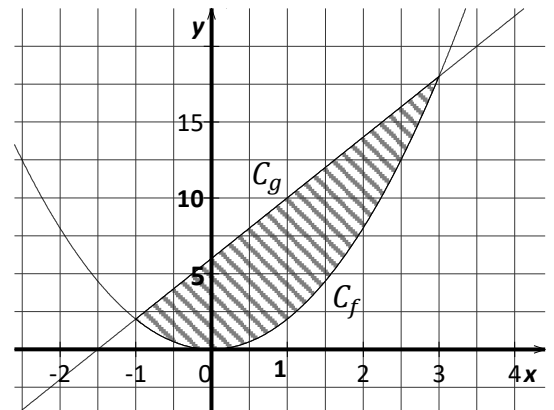
b. On définit la fonction G sur l'intervalle $[0,5 ; 5]$ par $G(x) = \ln x (\ln x + 1)$. Montrer que G est une primitive de g sur l'intervalle $[0,5 ; 5]$.

c. Déterminer l'aire de $\mathcal{D}$ exprimée en unités d'aire.

2) On a représenté ci-contre les courbes C_f et C_g des fonctions définies par : $f(x) = 2x^2$ et $g(x) = 4x + 6$

a. Donner l'expression de l'intégrale qui permet de calculer l'aire $\mathcal{A}$ de la région hachurée ci-contre.

b. Calculer la valeur exacte de $\mathcal{A}$.

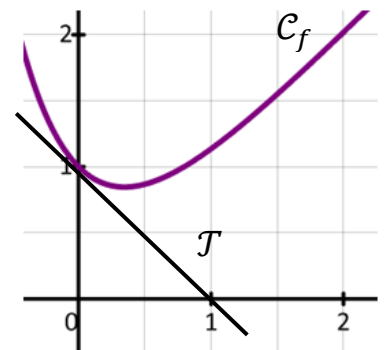


3) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-2x} + x$ et C_f sa représentation.

La droite $\mathcal{T}$ d'équation $y = -x + 1$ est tangente à C_f en $x = 0$

a. Calculer $f''(x)$ et en déduire que C_f est toujours au-dessus de $\mathcal{T}$ sur $[0; 1]$

b. Calculer l'aire du domaine compris entre C_f , $\mathcal{T}$ et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$



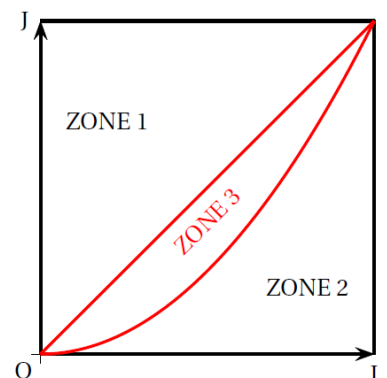
Exercice 20 : Extrait BAC N^{elle} Calédonie 2025

Dans le repère orthonormé $(O; I, J)$ ci-contre, on a représenté :

- la droite d'équation $y = x$;
- la droite d'équation $y = 1$;
- la droite d'équation $x = 1$;
- la parabole d'équation $y = x^2$.

On peut ainsi partager le carré $OIKJ$ en trois zones.

Démontrer les résultats figurant dans le tableau ci-dessous.



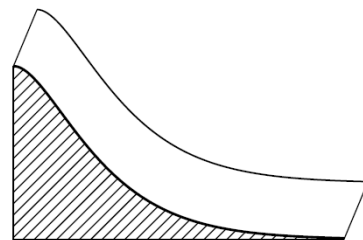
ZONE	ZONE 1	ZONE 2	ZONE 3
AIRE	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

Exercice 21 : Mise en contexte

Le directeur d'un zoo souhaite faire construire un toboggan pour les pandas.

Il réalise le schéma suivant de ce toboggan en perspective cavalière.

Voici ce schéma :



Le profil de ce toboggan est modélisé par la courbe $\mathcal{C}$ représentant la fonction f définie sur l'intervalle $[1; 8]$ par :

$$f(x) = 10xe^{-x}$$

Le mur de soutènement du toboggan sera peint par un artiste sur une seule face, hachurée sur le schéma.

Sur le devis qu'il propose, celui-ci demande un forfait de 300 euros, augmenté de 50 euros par m^2 peint.

a. soit g la fonction définie sur $[1; 8]$ par :

$$g(x) = 10(-x - 1)e^{-x}$$

Déterminer g' .

b. Quel est le montant du devis de l'artiste ?

