

Savoir Sag. 3 : Arithmétiques et géométriques - Récurrence

Exercice 14 : Relation de récurrence

1) Donner dans chaque cas la relation de récurrence qui lie **le terme de rang n au terme de rang $n + 1$**

- a. La suite (u_n) est arithmétique de raison 5
- b. La suite (W_n) est géométrique de raison 7
- c. La suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{2}{5}$
- d. La suite (y_n) est arithmétique de raison -12

2) Donner dans chaque cas la relation de récurrence qui lie **le terme de rang $n - 1$ au terme de rang n**

- a. La suite (a_n) est géométrique de raison -3
- b. La suite (b_n) est arithmétique de raison 27
- c. La suite (C_n) est arithmétique de raison $\frac{1}{2}$
- d. La suite (δ_n) est géométrique de raison 1,04

3) Attention aux formulations des consignes

- a. La suite (g_n) est géométrique de raison 4. Exprimer g_{n+1} en fonction de g_n
- b. La suite (H_n) est arithmétique de raison -4 . Exprimer H_{n+1} en fonction de H_n
- c. La suite (R_n) est une suite arithmétique de raison 36. Exprimer R_n en fonction de R_{n-1}
- d. La suite (s_n) est une suite géométrique de raison 7,6. Exprimer s_n en fonction de s_{n-1}

Exercice 15 : Calculs de termes

- a. La suite (a_n) est arithmétique de raison 16 et de premier terme $a_0 = 2$. Calculer a_1, a_2 et a_4 .
- b. La suite (b_n) est géométrique de raison $\frac{3}{4}$ et de premier terme $b_1 = 2\,500$. Calculer b_2, b_3 et b_4 .

- c. La suite (C_n) est géométrique de raison -3 et de premier terme $C_0 = 6$. Calculer C_1, C_2 et C_4 .
- d. La suite (Δ_n) est arithmétique de raison -6 et de premier terme $\Delta_1 = 10$. Calculer Δ_2, Δ_3 et Δ_4 .

Exercice 16 : Contextes (1)

1) D'après l'INSEE, l'espérance de vie à la naissance est passée pour les hommes de 59,9 ans en 1946 à 78,5 ans en 2012. On se propose ici de modéliser l'évolution de l'espérance de vie pour les hommes par la suite arithmétique (U_n) de premier terme $U_0 = 59,9$ et de raison $r = 0,25$.

- a. Calculer U_1 et U_2 qui correspondent aux années 1947 et 1948.
- b. Donner U_{n+1} en fonction de U_n
- c. Quelle espérance de vie à la naissance les hommes avaient-ils en 1952 ?

Besoin de plus d'entraînement ?

- 1) Donner la relation de récurrence qui lie le terme de rang n au terme de rang $n + 1$
 - a. La suite (u_n) est arithmétique de raison -230
 - b. La suite (w_n) est géométrique de raison 1,015
- 2) Donner la relation de récurrence qui lie le terme de rang $n - 1$ au terme de rang n
 - a. La suite (D_n) est géométrique de raison -15
 - b. La suite (c_n) est arithmétique de raison 4
- 3) a. La suite t est arithmétique de raison -110 .
Exprimer t_{n+1} en fonction de t_n
b. La suite (S_n) est géométrique de raison $\frac{2}{7}$
Exprimer S_{n+1} en fonction de S_n

Besoin de plus d'entraînement ?

- a. La suite (u_n) est arithmétique de raison -5 et de premier terme $u_0 = \frac{8}{3}$. Calculer u_1 et u_3
- b. La suite (w_n) est géométrique de raison $\frac{3}{2}$ et de premier terme $w_0 = 7$. Calculer w_1 et w_3

2) Le salaire mensuel de Justine est de 1 600 € en 2014. Son contrat d'embauche stipule que son salaire mensuel augmente chaque année. On note S_0 le salaire mensuel (en euro) de Justine en 2014 et on note S_n son salaire mensuel (en euro) pour l'année 2014 + n . D'après le contrat d'embauche, la suite (S_n) est une suite géométrique de raison 1,1.

- Exprimer S_{n+1} en fonction de S_n
- Calculer S_1 et S_2 et interpréter dans le contexte.
- Quel sera le salaire de Justine, arrondi à l'euro près, en 2020 ?

3) On modélise l'évolution du prix du m² d'un appartement neuf en France métropolitaine : on part d'un prix de 4 200 € en 2014 et on applique une augmentation annuelle de 5,2 % à partir de cette date. On définit la suite (u_n) où u_n représente la valeur estimée, selon ce modèle, du prix du m² d'un appartement neuf l'année (2014 + n). Ainsi $u_0 = 4 200$ correspond au prix du m² d'un appartement neuf en 2014.

- Quel sera le prix au m² d'un appartement neuf en 2015 ?
- Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser le premier terme et la raison.
- Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n
- Calculer u_5 et interpréter le résultat dans le contexte.

4) André a décidé de placer 1 000 € sur un compte en banque le 1^{er} janvier 2018, et d'y verser 200 € tous les 1^{er} du mois. On note C_n le capital acquis sur le compte n mois après le 1^{er} janvier 2018.

- Déterminer C_0 et C_1
- Justifier que la suite (C_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le 1^{er} terme.
- Exprimer C_{n+1} en fonction de C_n .
- Déterminer le capital acquis sur le compte au 1^{er} mai 2018.

5) Une entreprise souhaite, par diverses incitations, diminuer de 5 % par an le pourcentage de ceux qui viennent travailler en voiture. On note V_0 le pourcentage de ces employés en 2016 et pour tout entier n , V_n le pourcentage espéré l'année (2016 + n). On a $V_0 = 81,6$

- Calculer V_1 , puis V_2 , et interpréter dans le contexte
- Déterminer la nature de cette suite puis exprimer V_{n+1} en fonction de V_n .

6) Entre le taux de croissance naturel et le braconnage, on estime que la population d'éléphants d'Afrique diminue de 28 000 individus par an. Pour tout entier naturel n , on note E_n l'effectif de cette population pour l'année 2013 + n . La population totale d'éléphants d'Afrique était estimée à 470 000 individus en 2013.

- Calculer le nombre d'éléphants d'Afrique en 2014.
- Donner la nature de la suite (E_n) et en préciser le premier terme et la raison.
- Exprimer E_n en fonction de E_{n-1} .

Exercice 17 : Identifier

Parmi les suites suivantes, lesquelles sont des suites arithmétiques ou géométriques ?
Donner alors leur nature et leur raison

$$\begin{array}{llllll}
 u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2} & v_{n+1} = -3v_n & d_{n+1} = d_n & y_{n+1} = 2 + y_n & w_{n+1} = 3w_n - 1 \\
 a_{n+1} = 2a_n & z_{n+1} = 2n + z_n & c_{n+1} = \frac{c_n}{4} & e_{n+1} = -e_n & t_n = \frac{2t_{n-1}}{5} \\
 p_{n+1} = 5 - p_n & g_{n+1} = \frac{2}{g_n} & r_{n+1} = r_n - 3r_n & x_{n+1} = (-2)^n + x_n & j_n = j_{n-1} - 4
 \end{array}$$

Exercice 18 : Contextes (2)

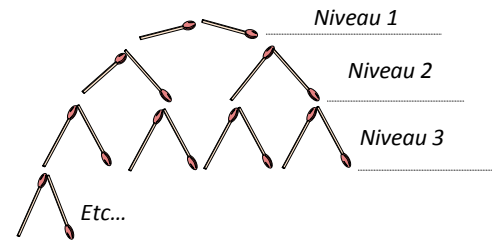
1) On réalise avec des allumettes la construction ci-contre :

On souhaite la prolonger jusqu'au niveau 10

a) De combien d'allumettes sont formés les 4^{ème} et 5^{ème} niveaux ?

b) On définit une suite en notant u_n le nombre d'allumettes du $n^{\text{ième}}$ niveau.

Démontrer que la suite $(u_n)_{n \geq 1}$ est géométrique, et donner sa raison et son premier terme.



2) On réalise avec des allumettes la figure ci-contre :

La 1^{ère} rangée est constituée de 3 allumettes, la 2^{ème} rangée de 7 allumettes, la 3^{ème} rangée de 11 allumettes...

a) De combien d'allumettes sont formées les 4^{ème} et 5^{ème} rangée ?

b) On définit une suite en notant w_n le nombre d'allumettes de la $n^{\text{ième}}$ rangée.

Démontrer que la suite $(w_n)_{n \geq 1}$ est arithmétique, et donner sa raison et son premier terme.

