

## Savoir Fi. 3 : Propriétés des intégrales

### Exercice 10 : Utilisations de la linéarité

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions continues sur  $[-3; 4]$  telles que :

$$I = \int_{-3}^1 f(t)dt = -2 \quad J = \int_1^4 f(t)dt = 3 \quad K = \int_{-3}^4 g(t)dt = -1 \quad \text{et} \quad L = \int_1^4 g(t)dt = 1$$

Donner la valeur des intégrales suivantes :

$$\text{a) } \int_{-3}^4 f(t)dt \quad \text{b) } \int_{-3}^1 g(t)dt \quad \text{c) } \int_1^4 (f(t) + g(t))dt \quad \text{d) } \int_{-3}^1 (f - g)(t)dt \quad \text{e) } \int_{-3}^4 (4g - 3f)(t)dt$$

### Exercice 11 : Signe, comparaison et encadrements d'intégrales

1) Donner le signe des intégrales ci-dessous, sans chercher à les calculer.

$$\text{a) } \int_{-1}^1 e^{-x^3} dx \quad \text{b) } \int_2^e (1-t) \ln t \, dt \quad \text{c) } \int_0^2 (x^2 - 2x - 3)dx$$

2) a. Pour  $0 \leq x \leq 1$ , montrer que  $x^2 \leq x$ . En déduire que  $\int_0^1 e^{-x^2} dx \geq \int_0^1 e^{-x} dx$

b. On admet que, pour tout  $t \in [0; 1]$ , on a  $t^2 \geq t^3$ .

Comparer, sans les calculer, les intégrales  $I = \int_0^1 \frac{1}{1+t^2} dt$  et  $J = \int_0^1 \frac{1}{1+t^3} dt$

3) On considère  $I = \int_0^1 \frac{1}{1+t^2} dt$

a. Démontrer que, pour tout  $t \geq 0$ ,  $1 - t^2 \leq \frac{1}{1+t^2} \leq 1$

b. En déduire un encadrement de l'intégrale  $I$