

Savoir Sag. 5 : Sens de variation

Exercice 0 : Rappels sur les suites ?

- a) Suite **arithmétique** de raison $0,8$ et de 1^{er} terme $u_0 = 2$. Donner u_{n+1} en fonction de u_n
- b) Suite **géométrique** de raison $0,5$ et de 1^{er} terme $u_0 = 1,2$. Donner u_n en fonction de n
- c) Suite **géométrique** de raison -2 et de 1^{er} terme $u_1 = 10$. Donner la relation de récurrence de u_n
- d) Suite **arithmétique** de raison 10 et de 1^{er} terme $u_1 = -5$. Donner u_n en fonction de n
- e) Suite **arithmétique** de raison -1 et de 1^{er} terme $u_0 = 5,4$. Donner u_n en fonction de u_{n-1}
- f) Suite **géométrique** de raison $0,7$ et de 1^{er} terme $u_1 = 1$. Donner la formule explicite de u_n
- g) Suite **arithmétique** de raison $\frac{3}{2}$ et de 1^{er} terme $u_0 = 0,1$. Donner u_n en fonction de n
- h) Suite **géométrique** de raison $\frac{1}{3}$ et de 1^{er} terme $u_1 = -1$. Donner u_{n+1} en fonction de u_n

Exercice 1 : Sens de variation des arithmétiques

Déterminer le sens de variation des suites en justifiant.

- 1) (u_n) : arithmétique de raison -5 et 1^{er} terme $u_0 = 3$
- 2) (v_n) : arithmétique de raison 3 et 1^{er} terme $v_1 = -10$
- 3) (w_n) : arithmétique de raison 0 et 1^{er} terme $w_0 = -110$
- 4) (z_n) : arithmétique de raison $\frac{2}{3}$ et 1^{er} terme $z_2 = 6$
- 5) (a_n) : arithmétique de raison -4 et 1^{er} terme $a_0 = -8$
- 6) (b_n) définie par la relation de récurrence $\begin{cases} b_{n+1} = b_n - 102 \\ b_3 = -15 \end{cases}$

Exercice 2 : Sens de variation des géométriques

Déterminer le sens de variation des suites en justifiant.

- 1) (s_n) : géométrique de raison 5 et 1^{er} terme $u_0 = 2$
- 2) (b_n) : géométrique de raison 3 et 1^{er} terme $b_2 = -1$
- 3) (w_n) : géométrique de raison $\frac{1}{4}$ et 1^{er} terme $w_0 = -2$
- 4) (t_n) : géométrique de raison -3 et 1^{er} terme $t_1 = 5$
- 5) (e_n) : géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et 1^{er} terme $e_0 = -100$
- 6) (a_n) : géométrique de raison -4 et 1^{er} terme $a_1 = -8$
- 7) (U_n) : géométrique de raison $\frac{4}{9}$ et 1^{er} terme $U_0 = 27$
- 8) (d_n) : géométrique de raison $\frac{3}{2}$ et 1^{er} terme $d_3 = -\frac{1}{2}$
- 9) (v_n) : définie par la relation de récurrence $\begin{cases} v_{n+1} = 0,7v_n \\ v_0 = 1200 \end{cases}$
- 10) (C_n) : géométrique de raison 1 et 1^{er} terme $C_0 = -25$

Exercice 3 : Contexte 1

En 2000, la production mondiale de plastique était de 187 millions de tonnes. On suppose que depuis 2000, cette production augmente de 3,7 % chaque année.

On modélise la production mondiale de plastique, en millions de tonnes, produite en l'année $2000 + n$ par la suite de terme général un où n désigne le nombre d'année à partir de l'an 2000.

Ainsi, $u_0 = 187$.

1. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison.
2. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, exprimer u_n en fonction de n .
3. Étudier le sens de variation de la suite (u_n) .
4. Selon cette estimation, calculer la production mondiale de plastique en 2019. Arrondir au million de tonnes.



Pour celles et ceux qui continuent les maths en terminale



Exercice 4 : Autres suites

• 1^{er} cas : suite définie par une formule explicite

Méthode 1 :

$u_n = f(n)$ et on connaît le sens de variation de f
Si f est croissante sur $\mathbb{R}^+$ alors (u_n) est croissante
Si f est décroissante sur $\mathbb{R}^+$ alors (u_n) est décroissante

a) $v_n = (n + 3)^2$ b) $s_n = -2n^3$

Méthode 2 :

On calcule u_{n+1} en fonction de n
Puis on calcule $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n
Si $u_{n+1} - u_n \geq 0$, alors $u_{n+1} \geq u_n$ et la suite (u_n) est croissante
Si $u_{n+1} - u_n \leq 0$, alors $u_{n+1} \leq u_n$ et la suite (u_n) est décroissante

a) $u_n = -2n^2 + 1$ b) $w_n = \frac{1}{n+1}$

• 2^{ème} cas : suite définie par une relation de récurrence

Méthode 1 :

On peut exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n
Si $u_{n+1} - u_n \geq 0$, alors $u_{n+1} \geq u_n$ et la suite (u_n) est croissante
Si $u_{n+1} - u_n \leq 0$, alors $u_{n+1} \leq u_n$ et la suite (u_n) est décroissante

a) $\begin{cases} a_{n+1} = a_n + 3n \\ a_0 = -8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} b_{n+1} = b_n + n^2 - 9 \\ b_1 = -5 \end{cases}$

Méthode 2 :

La suite (u_n) est une suite de termes strictement positifs et on peut exprimer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ en fonction de n
Si $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$, alors $u_{n+1} \geq u_n$ et la suite (u_n) est croissante
Si $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$, alors $u_{n+1} \leq u_n$ et la suite (u_n) est décroissante

a) $u_n = \frac{1}{n+5}$ b) $w_n = \frac{2}{5n}$

Exercice 5 : Type bac

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier n par : $u_n = \frac{8n-4}{n+1}$

1. Calculer le terme d'indice 3 de la suite (u_n) .

2. On considère la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{8x-4}{x+1}$ dont la dérivée est $f'(x) = \frac{4}{x^2+2x+1}$

a. Démontrer que la fonction f est croissante sur $[0 ; +\infty[$.

b. En déduire la monotonie de la suite (u_n) .