

Savoir Sd. 3 : Tableaux de signes et inéquations

Entraînement n°1

1) Déterminer le tableau de signe : $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$ $g(x) = x^2 + 2x - 4$

2) Résoudre les inéquations : a. $-x^2 + x - 5 < 0$ b. $-n^2 + 6n \leq 5$

3) Résoudre : $\frac{x^2 - 5x - 6}{-2x^2 + 4x + 6} \leq 0$

Entraînement n°2

1) Déterminer le tableau de signe : $h(a) = -a^2 + 5a + 14$ $k(x) = x^2 - 4x + 4$

2) Résoudre les inéquations : a. $x^2 - 3 \leq 0$ b. $9 < 3x(x + 2)$

3) Résoudre : $(x - 2)(-x^2 + 2x - 3) > 0$

Entraînement n°3

1) Déterminer le tableau de signe : $T(x) = 2x^2 - 3x + 15$ $m(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$

2) Résoudre les inéquations : a. $2x^2 + x \leq 6$ b. $x(1 - 2x) < -15$

3) Résoudre : $\frac{-a^2 + 2a + 8}{a^2 + 4a} \geq 0$

Corrigé Savoir Sd. 3

Corrigé Entraînement n°1

1) $f(x) = -2x^2 + 4x + 6$

On a $\Delta = 64$ donc $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici négatif

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$

$g(x) = x^2 + 2x - 4$ avec $\Delta = 20$

On a $x_1 = \frac{-2-\sqrt{20}}{2} = -1 - \sqrt{5}$ et $x_2 = -1 + \sqrt{5}$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici positif

x	$-\infty$	$-1-\sqrt{5}$	$-1+\sqrt{5}$	$+\infty$	
$g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

2) a. $-x^2 + x - 5 < 0$ On a $\Delta = -19$

De signe constant, celui de a , ici négatif

x	$-\infty$	$+\infty$
$-x^2 + x - 5$	$-$	

$S = \mathbb{R}$

b. $-n^2 + 6n \leq 5 \Leftrightarrow -n^2 + 6n - 5 \leq 0$

On a $\Delta = 16$ donc $x_1 = 1$ et $x_2 = 5$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici négatif

n	$-\infty$	1	5	$+\infty$	
$-n^2 + 6n - 5$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$

$S =]-\infty; 1] \cup [5; +\infty[$

3) $\frac{x^2 - 5x - 6}{-2x^2 + 4x + 6} \leq 0$

Pour $x^2 - 5x - 6$: $\Delta = 49$, on a $x_1 = 6$ et $x_2 = -1$ positif à l'extérieur des racines

Pour $-2x^2 + 4x + 6$: $\Delta = 64$, on a $x_1 = -1$ et $x_2 = 3$ négatif à l'extérieur des racines

x	$-\infty$	-1	3	6	$+\infty$		
$x^2 - 5x - 6$	$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$
$-2x^2 + 4x + 6$	$-$	0	$+$	0	$-$	$ $	$-$
Quotient	$-$	$ $	$-$	$ $	$+$	0	$-$

Donc $S =]-\infty; -1[\cup]3; 6[\cup]6; +\infty[$

Corrigé Entraînement n°2

1) $h(a) = -a^2 + 5a + 14$

On a $\Delta = 81$ donc $a_1 = -2$ et $a_2 = 7$

Négatif à l'extérieur des racines

a	$-\infty$	-2	7	$+\infty$	
$h(a)$	$-$	$\mathbf{0}$	$+$	$\mathbf{0}$	$-$

$k(x) = x^2 - 4x + 4$

On a $\Delta = 0$ donc $x_0 = 2$

De signe constant, celui de a , ici positif

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$k(x)$	$+$	0	$+$

2) a. $x^2 - 3 \leq 0$

On a $\Delta = 12$ donc $x_1 = -\sqrt{3}$ et $x_2 = \sqrt{3}$

Positif à l'extérieur des racines

x	$-\infty$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$x^2 - 3$	+	0	-	+

$$S = [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$$

b. $9 < 3x(x+2) \Leftrightarrow -3x^2 - 6x + 9 < 0$

On a $\Delta = 144$ donc $x_1 = -3$ et $x_2 = 1$

Négatif à l'extérieur des racines

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$-3x^2 - 6x + 9$	-	0	+	-

$$S =]-\infty; -3[\cup]1; +\infty[$$

3) $(x-2)(-x^2+2x-3) > 0$

Pour $-x^2+2x-3$: $\Delta = -8$

de signe constant, celui de a , ici négatif

Donc $S =]-\infty; 2[$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	-	0	+
$-x^2+2x-3$	-		-
Produit	+	0	-

Corrigé Entraînement n°3

1) $T(x) = 2x^2 - 3x + 15$

On a $\Delta = -111$

De signe constant, celui de a , ici positif

x	$-\infty$	$+\infty$
$T(x)$	+	

$$m(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$$

On a $\Delta = 9$ donc $x_1 = 2$ et $x_2 = -4$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici positif

x	$-\infty$	-4	2	$+\infty$
$m(x)$	+	0	-	+

2) a. $2x^2 + x \leq 6 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 6 \leq 0$

On a $\Delta = 49$ donc $x_1 = \frac{3}{2}$ et $x_2 = -2$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici positif

x	$-\infty$	-2	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$3x^2 + 3x - 18$	+	0	-	+

$$S = [-2; \frac{3}{2}]$$

b. $x(1-2x) < -15 \Leftrightarrow -2x^2 + x + 15 < 0$

On a $\Delta = 121$ donc $x_1 = -\frac{5}{2}$ et $x_2 = 3$

Du signe de a à l'extérieur des racines, ici négatif

x	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	3	$+\infty$
$-2x^2 + x + 15$	-	0	+	-

$$S =]-\infty; -\frac{5}{2}[\cup]3; +\infty[$$

3) $\frac{-a^2 + 2a + 8}{a^2 + 4a} \geq 0$

Pour $-a^2 + 2a + 8$: $\Delta = 36$, on a $a_1 = -2$ et $a_2 = 4$ négatif à l'extérieur des racines

Pour $a^2 + 4a$: $\Delta = 16$, on a $x_1 = 0$ et $x_2 = -4$ positif à l'extérieur des racines

a	$-\infty$	-4	-2	0	4	$+\infty$			
$-a^2 + 2a + 8$	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$	0	$-$
$a^2 + 4a$	$+$	0	$-$	$ $	$-$	0	$+$	$ $	$+$
Quotient	$-$	$ $	$+$	0	$-$	$ $	$+$	0	$-$

Donc $S =]-4; -2] \cup]0; 4]$