

CORRECTIONS

SUJET N° 1

1.

$$2. P(M \cap T) = p(M) \times p_M(T) = 0,01 \times 0,97 = 0,0097$$

La probabilité que la personne soit malade et ait un test positif est de 0,97 %

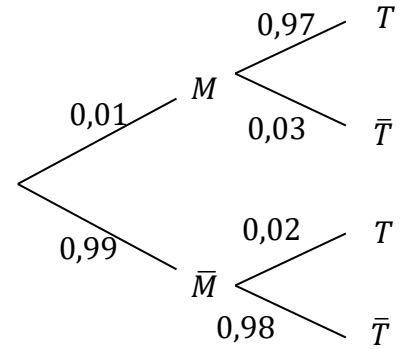
$$3. P(T) = P(M \cap T) + P(\bar{M} \cap T) = 0,0097 + 0,99 \times 0,02 = 0,0295 \quad \text{CQFD}$$

La probabilité que la personne ait un test positif est de 2,95 %

$$4. P_T(M) = \frac{P(M \cap T)}{p(T)} = \frac{0,0097}{0,0295} \simeq 0,329$$

5. D'après la question précédente, la probabilité que la personne soit malade, sachant qu'elle a un test positif est d'environ 32,9 %

Il y a donc presque 67 % de chance que ce soit un faux positif, c'est-à-dire que la personne ne soit pas malade alors qu'elle a un test positif.



Décryptage

Cela s'explique par le fait que le taux d'incidence de la maladie (le nombre de personnes malades dans la population testée) est très faible ; même si le test est relativement fiable (de faibles taux de faux négatifs ou de faux positifs), le grand nombre de personnes non malades entraînent un grand nombre de faux positifs. Pour qu'un test soit très efficace, il faut tester les populations symptomatiques ou à risque, dans lesquelles les taux d'incidences sont bien plus élevés :

- avec 5 % de malades dans la population testée, c'est-à-dire $p(M) = 0,05$, on a déjà $p_T(M) = 0,72$ soit presque 3 chances sur 4 d'être malade si le test est positif
- avec 10 % de malades, c'est-à-dire $p(M) = 0,1$, on a déjà $p_T(M) = 0,84$ soit 84 % d'être malade si le test est positif...

CORRECTIONS

SUJET N° 2

1.

	pois jaunes J	pois verts $\bar{J}$	Total
pois ridés R	100	500	600
pois lisses $\bar{R}$	200	9 200	9 400
Total	300	9 700	10 000

$$2. p(\bar{J} \cap \bar{R}) = \frac{9200}{10000} = 0,92 \quad \text{Il y a 92 \% de chances que le pois soit vert et lisse}$$

$$3. p(\bar{J}) = \frac{9700}{10000} = 0,97 \quad \text{Il y a 97 \% de chances que le pois soit vert.}$$

$$4. p_R(J) = \frac{p(R \cap J)}{p(R)} = \frac{100}{600} = \frac{1}{6} \quad \text{Il y a une chance sur 6 qu'un pois soit jaune sachant qu'il est ridé}$$

$$p_R(\bar{J}) = 1 - p_R(J) = \frac{5}{6} \quad \text{Il y a alors 5 chances sur 6 que le pois soit vert sachant qu'il est ridé.}$$

$$5. P_J(R) = \frac{p(R \cap J)}{p(J)} = \frac{100}{300} = \frac{1}{3} \quad \text{Si le pois est jaune, il y a alors une chance sur 3 qu'il soit ridé}$$

CORRECTIONS

SUJET N° 3

1. La probabilité que le cookie soit au chocolat, sachant qu'il provient de la boulangerie 1, est de 60 %

2. $\Rightarrow$

3. $B_1 \cap C$: le cookie est au chocolat et provient de la boulangerie 1

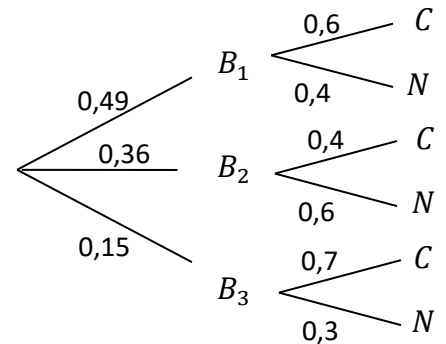
$$p(B_1 \cap C) = p(B_1) \times p_{B_1}(C) = 0,49 \times 0,6 = 0,294$$

$$4. P(C) = p(B_1 \cap C) + p(B_2 \cap C) + p(B_3 \cap C) \\ = 0,294 + 0,36 \times 0,4 + 0,15 \times 0,7 = 0,543$$

La probabilité d'avoir un cookie au chocolat est bien égale à 54,3 %

$$5. p_C(B_2) = \frac{p(B_2 \cap C)}{p(C)} = \frac{0,36 \times 0,4}{0,543} \simeq 0,265$$

Il y a environ 26,5 % de chance d'avoir un cookie provenant de la boulangerie 2 s'il est au chocolat.



CORRECTIONS

SUJET N° 4

$$1. p_B(\bar{V}) = 1 - p_B(V) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

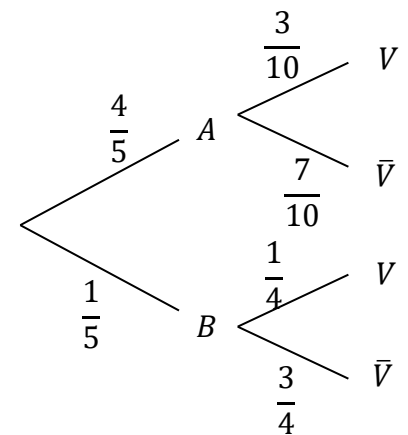
Si le joueur affronte le monstre B, il a 75 % de chances de perdre.

$$2. p(B \cap V) = p(B) \times p_B(V) = \frac{1}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{20} \quad \text{CQFD}$$

$$3. p(V) = p(A \cap V) + p(B \cap V) = \frac{4}{5} \times \frac{3}{10} + \frac{1}{20} = \frac{12}{50} + \frac{1}{20} = \frac{24}{100} + \frac{5}{100} = \frac{29}{100}$$

$$4. p_V(B) = \frac{p(B \cap V)}{p(V)} = \frac{1}{20} \div \frac{29}{100} = \frac{1}{20} \times \frac{100}{29} = \frac{5}{29}$$

Si le joueur est victorieux, il y a environ 17 % de chances qu'il ait affronté le monstre B



CORRECTIONS

SUJET N° 5

1.

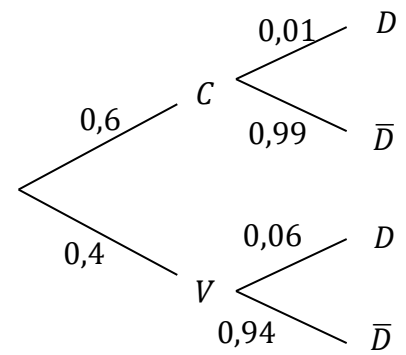
	Cheminées C	Ventouse V	Total
Défectueuses D	$0,01 \times 900 = 9$	$0,06 \times 600 = 36$	45
Non défectueuses $\bar{D}$	891	564	1455
Total	900	600	1500

$$2. \Rightarrow p(C) = \frac{900}{1500} = 0,6$$

3. $p(D) = p(C \cap D) + p(V \cap D) = 0,6 \times 0,01 + 0,4 \times 0,06 = 0,03$
Il y a 3 % de chances que le numéro de série soit celui d'une chaudière défectueuse.

$$4. P_D(V) = \frac{p(V \cap D)}{p(D)} = \frac{0,4 \times 0,06}{0,03} = 0,8$$

Si la chaudière est défectueuse, il y a alors 80 % de chances qu'elle soit à ventouse



CORRECTIONS

SUJET N° 6 *

1. Un adolescent qui répond « oui » alors qu'il n'a jamais consommé de cannabis n'a pas été sincère, il a été forcé de dire « oui », c'est donc que le dé est tombé sur 6. Et comme le dé est bien équilibré, il y avait donc une chance sur 6 qu'il tombe sur 6.

On a bien $p_{\bar{C}}(O) = \frac{1}{6}$
De même $p_C(N) = \frac{1}{6}$.

2. $\Rightarrow$

3. a. On sait que $p(O) = \frac{3}{5}$

$$\text{Or } p(O) = p(C \cap O) + p(\bar{C} \cap O) = \frac{5}{6}p + (1-p) \times \frac{1}{6} = \frac{5}{6}p + \frac{1}{6} - \frac{1}{6}p = \frac{4}{6}p + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}p + \frac{1}{6}$$

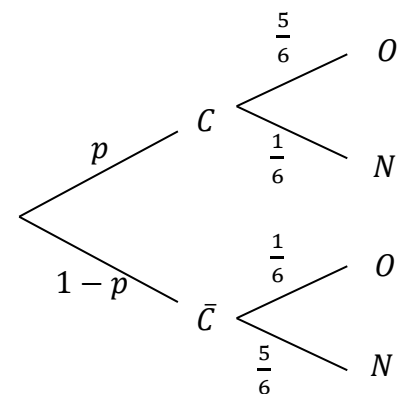
Donc on a bien l'équation $\frac{2}{3}p + \frac{1}{6} = \frac{3}{5}$

$$\text{b. } \frac{2}{3}p + \frac{1}{6} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{2}{3}p = \frac{3}{5} - \frac{1}{6} = \frac{13}{30} \Leftrightarrow p = \frac{13}{30} \div \frac{2}{3} = \frac{13}{30} \times \frac{3}{2} = \frac{13}{20}$$

On peut estimer à 65 % la proportion d'adolescents qui a déjà consommé du cannabis

$$4. p_N(\bar{C}) = \frac{p(\bar{C} \cap N)}{p(N)} = \frac{\left(\frac{1-\frac{13}{20}\right) \times \frac{5}{6}}{1-\frac{3}{5}} = \left(\frac{7}{20} \times \frac{5}{6}\right) \div \frac{2}{5} = \frac{7}{24} \times \frac{5}{2} = \frac{35}{48}$$

Si l'adolescent a répondu non, il y a alors environ 73 % de chances qu'il n'ait effectivement jamais consommé de cannabis.



CORRECTIONS

SUJET N° 7 *

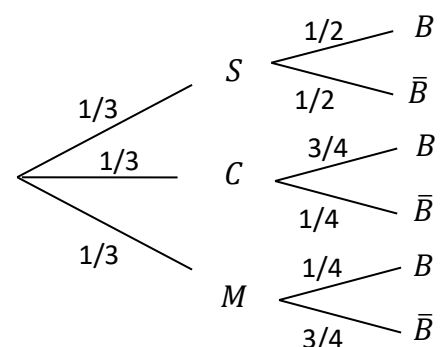
1. $\Rightarrow$

$$2. p(B) = p(S \cap B) + p(C \cap B) + p(M \cap B) \\ = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{2+3+1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

La probabilité qu'elle donne une bonne réponse est bien d'1 chance sur 2

$$3. p_B(M) = \frac{p(M \cap B)}{p(B)} = \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}\right) \div \frac{1}{2} = \frac{1}{12} \times 2 = \frac{1}{6}$$

Si Jeanne a donné une bonne réponse, il y a alors 1 chance sur 6 qu'elle ait été interrogée en musique.



4. Attention, il faut retirer les 10€ d'inscription !

Jeanne ne gagnera de l'argent que si elle répond bien en cinéma (elle gagne alors $20 - 10 = 10$ €) ou en musique (elle gagne alors $50 - 10 = 40$ €).

Si elle répond bien à la question de sport, elle ne gagne rien ($10 - 10 = 0$ €), elle si elle répond mal, elle perd dans tous les cas ses 10 € d'inscription.

Les deux évènements où elle gagne de l'argent sont donc $C \cap B$ et $M \cap B$

$$\text{Donc } p(G) = p(C \cap B) + p(M \cap B) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Il y a une chance sur 3 qu'elle gagne de l'argent