

SAVOIR FV. 4 : EXTREMA ET ENCADREMENTS À PARTIR D'UN TABLEAU DE VARIATION

Entraînement n° 1

1) On donne le tableau de variation de la fonction f :

a. Donner les extrema de la fonction f sur son ensemble de définition.

b. Quel est le minimum de f sur $[-4; 0]$?

c. Quel est le maximum de f sur $[3; 8]$? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

x	-5	-3	0	2	8				
$f(x)$	7	↘	2	↗	9	↘	-1	↗	5

2) On donne le tableau de variation de la fonction g .

Compléter les inégalités et encadrements suivants :

x	-6	-4	-1	2	5	8
$g(x)$	7				4	4

Diagram illustrating the function $g(x)$ and its values for specific x values:

- $x = -6$: $g(x) = 7$
- $x = -4$: $g(x) = 0$
- $x = -1$: $g(x) = -1$
- $x = 2$: $g(x) = 0$
- $x = 5$: $g(x) = 4$
- $x = 8$: $g(x) = 4$

The function $g(x)$ is plotted as a piecewise linear graph connecting the points $(-6, 7)$, $(-4, 0)$, $(-1, -1)$, $(2, 0)$, $(5, 4)$, and $(8, 4)$. Arrows indicate the direction of the segments.

a. Pour $x \in [-2; 6]$, $g(x) \leq \dots$

b. Sur $[-6; -4]$, $g(x) \geq \dots$

c. Pour $-4 \leq x \leq 2$, $\dots \leq g(x) \leq \dots$

d. Pour $x \in \mathcal{D}_g$, $\dots \leq g(x) \leq \dots$

3) Soit h la fonction définie par $h(x) = 3x^2 - 5$.

On donne son tableau de variation incomplet ci-contre.

a. Compléter le tableau de variation de h

b. Quel est son maximum sur $\mathcal{D}_h$?

x	-2	0	1
$h(x)$	... ↘	... ↗	...

Entraînement n° 2

1) On donne le tableau de variation de la fonction k :

a. Donner les extrema de la fonction k sur $[-4; 6]$.

b. Quel est le minimum de k sur $[-4; 1]$?
Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

c. Quel est le maximum de k sur $[2; 4]$?

x	-4	-1	1	3	4	6				
$k(x)$	1	↗	6	↘	0	↗	-2	↗	0	8

2) On donne le tableau de variation de la fonction m .

Compléter les inégalités et encadrements suivants :

x	-2	1	4	6	9				
$m(x)$	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	-1	$\nearrow$	7	$\searrow$	-3

a. Pour $x \in [-2; 6]$, $m(x) \geq \dots$

b. Sur $[0; 4]$, $m(x) \leq \dots$

c. Pour $-1 \leq x \leq 4$, $\dots \leq m(x) \leq \dots$

d. Pour $x \in \mathcal{D}_m$, $\dots \leq m(x) \leq \dots$

3) Soit P définie par $P(x) = x^3 - x^2 - x + 2$.

On donne son tableau de variation incomplet ci-contre.

a. Compléter le tableau de variation de P

b. Quel est son maximum sur $[-2; 1]$?

x	-2	-0,5	1	2			
$P(x)$	...	↗	...	↘	...	↗	...

Entraînement n° 3

1) On donne le tableau de variation de la fonction f :

a. Donner les extrema de la fonction f sur son ensemble de définition.

b. Quel est le maximum de f sur $[-4; 9]$?

c. Quel est le minimum de f sur $[0; 8]$? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

x	-9	-5	2	8	12				
$f(x)$	15	$\searrow$	3	$\rightarrow$	3	$\nearrow$	11	$\searrow$	-5

2) On donne le tableau de variation de la fonction g .

x	-10	-6	-3	1	3	4	5
$g(x)$	-1			1	1	4	0
		$\searrow$		$\rightarrow$		$\nearrow$	$\searrow$
		-5					-2

Compléter les inégalités et encadrements:

a. Pour $x \in [-2; 4]$, $g(x) \geq \dots$

b. Sur $[-10; -6]$, $g(x) \leq \dots$

c. Pour $-5 \leq x \leq 0$, $\dots \leq g(x) \leq \dots$

d. Pour $x \in \mathcal{D}_g$, $\dots \leq g(x) \leq \dots$

3) Soit h la fonction définie par $h(x) = \frac{3-x^2}{x^2+1}$

On donne son tableau de variation incomplet ci-contre.

a. Compléter le tableau de variation de h

b. Quel est son minimum sur $\mathcal{D}_h$?

x	-1	0	3		
$h(x)$	$\dots$	$\nearrow$	$\dots$	$\searrow$	$\dots$

Entraînement n° 4

1) On donne le tableau de variation de la fonction A :

Compléter les inégalités et encadrements :

a. Pour $x \in \left[\frac{2}{3}; 2\right]$, $A(x) \leq \dots$

b. Sur $\left[0; \frac{4}{3}\right]$, $A(x) \geq \dots$

c. Pour $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{4}{3}$, $\dots \leq A(x) \leq \dots$

d. Pour $x \in \mathcal{D}_A$, $\dots \leq A(x) \leq \dots$

x	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$	2				
$A(x)$	$\frac{2}{5}$	$\searrow$	$-\frac{1}{3}$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\frac{2}{3}$	$\nearrow$	1

2) On donne le tableau de variation de la fonction φ .

x	-9	-6	-4	-1	2	4	5
$\varphi(x)$	3 	 -2 -2		 0	 4	0	-1

a. Donner les extrema de la fonction φ sur son ensemble de définition.

b. Quel est le minimum de φ sur $[-1; 5]$?

c. Quel est le maximum de φ sur $[-5; 1]$? Pour quelle valeur de x est-il atteint ?

3) Soit f la fonction définie par $f(x) = 3\sqrt{4-x^2}$

On donne son tableau de variation incomplet ci-contre.

a. Compléter le tableau de variation de f

b. Quel est son minimum sur $\mathcal{D}_f$?

x	-1	0	-2
$f(x)$	$\dots$	$\nearrow$	$\searrow$
	$\dots$	$\dots$	$\dots$

CORRECTION SAVOIR FV. 4

Corrigé Entraînement n°1

1) a. Extrema : minimum de -1 et maximum de 9

b. Le minimum de f sur $[-4; 0]$ est de 2

c. Le maximum de f sur $[3; 8]$ est de 5
Il est atteint pour $x = 8$

2) a. Pour $x \in [-2; 6]$, $g(x) \leq 4$

b. Sur $[-6; -4]$, $g(x) \geq 0$

c. Pour $-4 \leq x \leq 2$, $-1 \leq g(x) \leq 0$

d. Pour $x \in \mathcal{D}_g$, $-1 \leq g(x) \leq 7$

3) a. $\Rightarrow$

b. Le maximum de h est de 7

x	-2	0	1
$h(x)$	7	-5	-2

Corrigé Entraînement n° 2

1) a. Extrema sur $[-4; 6]$: minimum -2 et maximum 8

b. Le minimum de k sur $[-4; 1]$ est de 0
Il est atteint pour $x = 1$

c. Le maximum de k sur $[2; 4]$ est de 0

2) a. Pour $x \in [-2; 6]$, $m(x) \geq -1$

b. Sur $[0; 4]$, $m(x) \leq 5$

c. Pour $-1 \leq x \leq 4$, $-1 \leq m(x) \leq 5$

d. Pour $x \in \mathcal{D}_m$, $-3 \leq m(x) \leq 7$

3) a. $\Rightarrow$

b. Le maximum de P sur $[-2; 1]$ est de $1,75$

x	-2	$-0,5$	1	2
$P(x)$	-8	$1,75$	1	4

Corrigé Entraînement n° 3

1) a. Extrema : minimum de -5 et maximum de 15

b. Le maximum de f sur $[-4; 9]$ est de 11

c. Le minimum de f sur $[0; 8]$ est de 3

Il est atteint pour $x \in [0; 2]$

(toutes les valeurs de cet intervalle ont pour image 3 ,
puisque la fonction y est constante)

2) a. Pour $x \in [-2; 4]$, $g(x) \geq 0$

b. Sur $[-10; -6]$, $g(x) \leq -1$

c. Pour $-5 \leq x \leq 0$, $g(-5) \leq g(x) \leq 1$

d. Pour $x \in \mathcal{D}_g$, $-5 \leq g(x) \leq 4$

3) a. $\Rightarrow$

b. Le minimum sur $\mathcal{D}_h$ est de $-0,6$

x	-1	0	3
$h(x)$	1	3	$-0,6$

Corrigé Entraînement n° 4

1) a. Pour $x \in \left[\frac{2}{3}; 2\right]$, $A(x) \leq 1$

b. Sur $\left[0; \frac{4}{3}\right]$, $A(x) \geq -\frac{2}{3}$

c. Pour $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{4}{3}$, $-\frac{2}{3} \leq A(x) \leq 0$

d. Pour $x \in \mathcal{D}_A$, $-\frac{2}{3} \leq A(x) \leq 1$

2) a. Extrema : minimum de -2 et maximum de 4

b. Le minimum de φ sur $[-1; 5]$ est de -1

c. Le maximum de φ sur $[-5; 1]$ est $\varphi(1)$
Il est atteint pour $x = 1$

3) a. $\Rightarrow$

b. Le minimum sur $\mathcal{D}_f$ est de 0

x	-1	0	-2
$f(x)$	$3\sqrt{3} \approx 5,2$	6	0