

1. Principe multiplicatif – Arbre de choix

On tire un D6 puis un D4 puis un D8.

On note les 3 chiffres obtenus dans l'ordre.

Ex. d'issues :

Combien y-a-t'il d'issues possibles ?

Plusieurs tirages successifs :

n_1 choix au 1^{er} tirage

n_2 choix au 2^{ème} tirage

n_3 choix au 3^{ème} tirage

etc...

Nombre de k -uplets possibles :

$$n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_k$$

Vocabulaire : 2 tirages -> un **couple**
 k tirages -> un **k -uplet**

3 tirages -> un **triplet**
(ou parfois une **k -liste**)

4 tirages -> un **quadruplet**

2. Tirages multiples AVEC REMISE et dans l'ordre

Avec l'ensemble des lettres de l'alphabet, on cherche le nombre de mots de 3 lettres qu'on peut obtenir.

Ex. de « mot » :

Combien y-a-t'il de « mots » possibles ?

k tirages successifs avec remise :

n choix au 1^{er} tirage

n choix au 2^{ème} tirage

etc...

Nombre de k -uplets tirés dans un ensemble de n éléments distincts :

$$n^k$$

3. Tirages multiples SANS REMISE mais dans l'ordre

Avec l'ensemble des lettres de l'alphabet, on cherche le nombre de mots de 3 lettres qu'on peut obtenir, mais sans avoir 2 fois la même lettre.

Ex. « mot » permis : interdit :

Combien y-a-t'il de « mots » possibles ?

k tirages successifs sans remise :

n choix au 1^{er} tirage

$n - 1$ choix au 2^{ème} tirage

jusqu'au k ^{ème} tirage : $n - (k - 1)$ choix

Nombre de k -uplets tirés dans un ensemble de n éléments distincts :

$$n(n - 1) \dots (n - k + 1) = \frac{n!}{(n - k)!}$$

4. Permutations : Tirages SANS REMISE jusqu'au bout

*8 personnes doivent s'asseoir à 8 places.
De combien de façons différentes peuvent-elles
s'asseoir ?*

k tirages successifs sans remise :
 n choix au 1^{er} tirage
 $n - 1$ choix au 2^{ème} tirage
etc...

Nombre de permutations d'un ensemble de n éléments distincts (nombre de n -uplets):

$$n(n - 1) \dots 2 \times 1 = n!$$

5. Combinaisons : Tirages multiples SANS remise et SANS ordre

*Dans un groupe de spécialité de 24 élèves, on
choisit au hasard un groupe de 6 élèves.
Combien de groupes différents peut-on obtenir
Combien de 6-uplets parmi 24 élèves ?*

Nombre de k -uplets dans un ensemble de n

$$n(n - 1) \dots (n - k + 1) = \frac{n!}{(n - k)!}$$

Nombre de permutations d'un k -uplet :
 $k !$

Nombre de combinaisons de k éléments
dans un ensemble de n éléments distincts :

$$\frac{n!}{(n - k)! k!} = \binom{n}{k}$$

Combien de groupes de composition identique

Dénombrement : exemples

1) Interro !

Le professeur souhaite envoyer ses élèves au tableau pour corriger des exercices. Il y a 3 exercices à corriger et 30 élèves dans la classe.

1. Combien y a-t-il de configurations possibles si un même élève ne peut pas venir deux fois au tableau ?
2. Même question si un élève peut être interrogé sur plusieurs exercices

2) Révisions

Pour préparer le prochain devoir de mathématiques, le professeur donne une liste de dix exercices et vous recommande d'en travailler cinq.

1. Combien de combinaisons d'exercices pouvez-vous construire ?
2. Le professeur insiste sur le fait que l'exercice 8 est à travailler absolument. Il vous reste donc 4 exercices à choisir. Combien de combinaisons pouvez-vous construire ?

3) Informatique

En informatique, un octet est une succession de 8 bits, chaque bit ne pouvant prendre que deux valeurs, 0 ou 1. Un octet est donc un 8-uplet de $\{0;1\}$.

1. Combien d'octets différents existe-t-il ?
2. Dans le système RGB, une couleur est codée à l'aide de 3 octets désignant respectivement les niveaux de rouge, de vert et de bleu. Combien de couleurs différentes est-il ainsi possible de coder ?

4) Le loto, vraiment ?

Dans une grille de loto, il faut choisir cinq nombres de 1 à 49 ainsi qu'un nombre chance allant de 1 à 10. De combien de manières différentes peut-on remplir sa grille de loto ?

5) Lettre en double

On tire 4 lettres de l'alphabet. Combien y a-t-il de tirages avec au moins deux fois la même lettre ?

6) Cinéma

Deux groupes d'étudiants se rendent au cinéma. Le premier est composé de 6 personnes et le deuxième de 4 personnes. Les étudiants s'installent sur une rangée de dix places.

1. Combien de configurations différentes existe-t-il ?
2. Les deux groupes ne veulent pas être séparés. Combien de configurations sont possibles ?

7) L'ordre qui efface l'ordre !

On tire 4 numéros successivement parmi les numéros 1 à 30.

On range les 4 numéros obtenus dans l'ordre croissant. Par exemple, si on a tiré 12 puis 26 puis 5 puis 17, on obtient le tirage : 5-12-17-26.

Combien y a-t-il de tirages possibles ?

8) Mots avec une lettre imposée

On tire un mot de 5 lettres avec remise parmi les 20 premières lettres de l'alphabet.

Combien obtient de mots contenant deux lettres A ?